УДК 534.26, 534-143 ОЕСД 01.03.АА

Особенности учета анизотропии при распространении неоднородных мод поверхностных акустических волн

Осетров А.В.¹*, Мышинский Э.Л.² ¹Д.т.н., профессор, Санкт-Петербургский Государственный электротехнический университет (СПбГЭТУ), г. Санкт-Петербург, РФ ²Д.т.н., профессор, главный научный сотрудник ФГУП «Крыловский государственный научный центр», г. Санкт-Петербург, РФ

Аннотация

Рассматриваются особенности распространения поверхностных акустических волн (ПАВ) в акустических волноводах, в которых свойства среды изменяются в направлении, перпендикулярном направлениям распространения и затухания поверхностной акустической волны. Отмечается, что такая задача не может быть сведена к двумерной задаче распространения ПАВ, а по своей сути является трехмерной. Указывается на возможность наличия двух типов мод в такой задаче. Основное внимание уделяется особенностям учета анизотропии фазовой скорости при наличии распространяющихся неоднородных мод. Указывается на необходимость определения анизотропных свойств среды, соответствующих мнимым значениям поперечной компоненты волнового вектора. В качестве примеров рассматриваются анизотропные свойства среза ST кристаллического кварца и среза 128°YX ниобата лития.

Ключевые слова: поверхностные акустические волны, акустические волноводы, дифракция, анизотропия, многомодовое распространение

Anisotropy accounting for inhomogeneous modes of surface acoustic waves

Osetrov A.V.¹*, Myshinsky E.L.² ¹DSc, Prof, St.Petersburg State Electrotechnical University, St. Petersburg, Russia ² DSc, Prof, Chief Researcher of FSUE 'Krylov State Research Center', St. Petersburg, Russia

Abstract

The features of the surface acoustic waves (SAW) propagation in acoustical waveguides have been considered; waveguide has changes of properties in the direction perpendicular to the directions of SAW propagation and attenuation. It is underlined that this 3D problem in principle cannot be reduced to the twodimensional problem and that there are two types of modes in such system. The main attention is concentrated to the accounting of phase velocity anisotropy in the presence of propagating inhomogeneous modes. It is indicated that the determination of the anisotropic properties corresponding to the imaginary values of the transverse wave vector component is required. ST-quartz and $128^{\circ}YX LiNbO_3$ are investigated as the samples.

Key words: surface acoustic wave, acoustical waveguides, diffraction, anisotropy, multimode propagation

Введение

Будем рассматривать особенности учета анизотропии для следующей задачи. Пусть поверхностная акустическая волна (ПАВ) распространяется в направлении *x* и затухает в направлении *z*, однако задача не является двумерной, т.е. акустическое поле конечно в направлении *y* и зависит от этой координаты. Кроме того свойства материала

меняются в зависимости от значения у, формируя распределение фазовых скоростей v(y), описывающих распространение ПАВ в направлении x. Функция v(y) является симметричной и кусочно-линейной, т.е. имеется центральная зона, включающая ось x, и несколько однородных зон в двух сторон от центральной зоны. Такая трехмерная формулировка является более точной даже для классических систем возбуждения ПАВ, так как учитывается конечность электродов встречно-штыревых преобразователей, а также различные скорости распространения ПАВ под зоной электродов (где чередуются области металлизированной и свободной подложки) и сплошной зоной металлизации ВШП по краям. Однако такое усложнение задачи, позволяющее учесть дифракционные эффекты при возбуждении, распространении и приеме ПАВ в основном ранее не применялось, так как дифракция считалась эффектом второго порядка, которым можно пренебречь или учесть косвенно, например, введением дополнительного затухания. В современных системах акустоэлектроники требуемое распределение v(y) может создаваться искусственно за счет изменения коэффициента металлизации и(или) нанесения на подложку дополнительных слоев различной толщины (где толщина тоже является функцией координаты у) [1-4]. Таким образом, формируются требуемые профили акустического поля и как следствие обеспечиваются необходимые электрические параметры соответствующих устройств. Пренебречь зависимостью от у в таких системах уже нельзя, так как эффекты трансформации акустического поля в поперечном направлении являются эффектами первого порядка. В данной публикации внимание концентрируется на особенностях учета анизотропии при расчете таких систем, а путь построения полного решения [2-4] остается за ее рамками.

1. Общий подход к анализу волноводов с поперечными неоднородностями

Будем оставаться в рамках СОМ-модели (модели связанных мод), когда трехмерное четырехкомпонентное акустическое поле (три компоненты вектора механического смещения и одна компонента электрического потенциала) заменяется двухмерным скалярным акустическим полем R(x,y) для волны, распространяющейся в направлении x, и полем S(x,y) для волны, распространяющейся в направлении -x (т.е. рассматривается лишь поле на верхней поверхности системы). С математической точки зрения распространение ПАВ в такой системе можно считать многомодовым (формируется волновод в направлении оси y), а поле R(x,y) в центральной зоне такой системы представлять в виде совокупности мод [2]

$$R(x, y) = \sum_{i=1}^{n} w_i g_i(y) \exp(j(\omega t - k_x x))$$
(1)

где ω – частота, число *n* определяет количество мод, $g_i(y)$ описывает профиль сечения каждой моды, w_i – вес данной моды. Распределение поля за пределами центральной зоны в следующих за ней однородных областях рассчитывается с учетом непрерывности поля и производной поля на всех внутренних границах. Моды ПАВ являются связанными, распространяясь с одинаковой фазовой скоростью вдоль оси *x*, определяемой компонентой k_x волнового вектора. Количество мод может быть как конечным (этому случаю соответствует выражение (1)), так и бесконечным, тогда выражение (1) можно считать приближенным. Каждая из мод удовлетворяет дифференциальным уравнениям задачи, откуда можно получить выражение для $g_i(y)$; для симметричных по у систем $g_i(y)$ имеет вид

$$g_{i}(y) = \begin{cases} \cos(k_{iy}y), & k_{iy}^{2} \ge 0\\ \exp(jk_{iy}y) + \exp(-jk_{iy}y), & k_{iy}^{2} < 0 \end{cases}$$
(2)

Две строчки в выражении (2) определяют два возможных типа мод. Первый тип можно считать классическим, а соответствующую ему моду рассматривать как суперпозицию двух плоских волн, имеющих проекции волнового вектора k_x вдоль оси x и $\pm k_{iy}$ вдоль оси y, т.е. распространяющихся под некоторым углом θ к оси x. Второй тип можно считать некой разновидностью интерфейсной волны, распространяющейся строго воль оси x, но возрастающей при удалении от оси в направлениях y и -y, возрастание происходит в центральной зоне, а за ее пределами носит более сложный характер, убывая при $y \to \pm \infty$. В выражениях (1) и (2) на k_x и k_{iy} накладывается следующее условие

$$k_x^2 + k_{iy}^2 = k^2(\theta_i) = \frac{\omega^2}{\nu^2(\theta_i)}$$
(3)

где θ_i определяет угол распространения плоской волны по отношению к основному направлению x или $\theta_i = \arctan(k_{iy}/k_x)$, $v(\theta)$ описывает зависимость фазовой скорости волны от угла распространения или анизотропию среды, для изотропных сред $v(\theta) = v_0 = \text{const.}$



Рис. 1. Кривые анизотропии фазовой скорости ПАВ для ST среза кварца и среза 128°YX ниобата лития

В качестве примера на рис. 1 приведены кривые, рассчитанные методом переходных матриц [1], характеризующие анизотропию фазовой скорости для двух наиболее распространенных подложек: среза ST кристаллического кварца (с углами Эйлера (0°, 132.75°, 0°) и среза 128°YX ниобата лития (с углами Эйлера (0°, 38°, 0°). Видно, что анизотропия является значительной и пренебречь ей нельзя, однако использование выражения (3) при условии лишь знания углового распределения фазовой скорости не позволяет учесть анизотропию для второго типа мод, что будет подробно рассмотрено в следующем разделе.

2. Исследование анизотропных свойств срезов кварца и ниобата лития

Заметим, что для использования анизотропии при вычислениях по выражению (1) требуется уметь вычислять k_{iy} по требуемому k_x , поэтому удобно кривые, показанные на рис. 1, представить в виде функции $(k_y/k_0)^2 = f(k_x/k_0)$, где $k_0 = k(0) = \omega/v(0)$; величина k_y/k_0 в левой части последнего выражения взята в квадрате для удобства совместного описания вещественных и мнимых значений k_y . Тогда кривые, показанные на рис. 1 преобразуются к кривым, показанным на рис. 2.



Рис. 2. Кривые, характеризующие анизотропию для ST среза кварца и среза 128°YX ниобата лития как зависимость одной из компонент волнового вектора от другой

Заметим, что диапазон углов, показанный на рис. 1 приводит только к диапазону неотрицательных значений k_y^2 (или вещественных k_y) на рис. 2. В этом заключается основная сложность при использовании анизотропии фазовых скоростей для выполнения расчетов описываемых в данной статье ПАВ. Как видно из (2) положительным значениям k_y^2 будут соответствовать классические моды, тогда как отрицательным значениям – так называемые неоднородные моды, когда волна распространяется по направлению x без отклонения по углу ($\theta = 0$), но является возрастающей при удалении от центра по оси y. Учет неоднородных мод является ключевым при анализе современных устройств [3], так как именно эти моды обеспечивают формирование наиболее часто требуемого распределения поля, близкого к прямоугольному, что достигается суперпозицией главной распространяющейся моды и моды с неоднородным распределением. Поставим задачу нахождения способа учета анизотропии для неоднородной моды.

Вначале рассмотрим, как это может быть сделано при стандартных моделях анизотропии. Если считать, что $k_x^2 + (1 + \beta)k_y^2 = k_0^2$ [4], где β – коэффициент анизотропии, равный нулю для изотропного материала, то

$$k_{\gamma}^{2} = k_{0}^{2} - k_{x}^{2} / (1 + \beta) \tag{4}$$

Попробуем аппроксимировать кривые, показанные на рис. 2 на область значений $k_x > k_0$, выбрав такое β , чтобы значения k_y , вычисленные по выражениям (3) и (4), максимально совпадали.

Рассмотрим вначале ST срез кварца (рис. 3). Сравнение двух показанных на рис. 3 кривых показывает достаточно хорошую степень их совпадения в диапазоне $k_x < k_0$, из чего можно предположить возможность экстраполяции модельной кривой за верхнюю границу диапазона $k_x < k_0$ (пунктирная линия на рис. 3).



Рис. 3. Кривые, характеризующие анизотропию для ST среза кварца и приближение модели с коэффициентом анизотропии

Если принять справедливость этой гипотезы, то при учете анизотропии можно объединить точные кривые для классических мод и модельные для неоднородных волн. В действительности кристаллический кварц является счастливым исключением, позволяющим с достаточной для практических применений точностью рассматривать модель анизотропии (4) во всем диапазоне значений k_x .

Ситуация со срезом 128°YX LiNbO₃ оказывается принципиально другой (рис. 4). Если за основу приближения взять точку при $\theta = 90^{\circ}$, то модельная кривая, описывающие анизотропию, будет значительно отличаться от расчетной кривой, причем это отличие оказывается существенным в районе $k_x = k_0$, искажая производную и делая недостоверным экстраполяцию в зону значений $k_x > k_0$, соответствующую неоднородным модам. Если же предположить, что, например, величина k_y^2 при $\theta = 90^{\circ}$ для модели в два раза больше, чем расчетная величина, то на первый взгляд, удается корректно описать производную кривой при $k_x = k_0$ (см. штрихпунктирную кривую на рис. 4), но это впечатление обманчиво, если построить тот же график в окрестности $k_x = k_0$ (рис. 5). Видно, что производная расчетной кривой существенно меняется при непосредственном приближении к значению $k_x = k_0$ и вопрос корректности экстраполяции остается открытым.

Еще более сложная картина формируется при использовании более сложных типов ПАВ, например вытекающих волн. Для некоторых из них поведение кривой,

описывающей анизотропию, настолько сложно, что разумная экстраполяция в принципе невозможна.



Рис. 4. Кривые, характеризующие анизотропию среза 128°YX ниобата лития и приближение при использовании модели с двумя различными коэффициентами анизотропии



Рис. 5. Кривые, представленные на рис. 4, в окрестности точки $k_x = k_0$

Заключение

Рассмотренная в статье задача распространения ПАВ при наличии неоднородных мод показала недостаточность знания угловой анизотропии фазовой скорости для учета анизотропии сред. Для некоторых материалов (например, кристаллического кварца) возможно за счет выполнения описанной в статье процедуры экстраполяции учесть анизотропные свойства среды. Однако для большинства материалов такой подход нельзя считать достоверным. Выходом из положения может быть непосредственный учет анизотропии материалов для неоднородных мод, что планируется изложить в следующих публикациях автора, или использование численных методов, автоматически учитывающих анизотропные свойства [5].

Список литературы

1. Галисултанов А.Т., Осетров А.В. Распространение поверхностной акустической волны в многослойной диэлектрической структуре с металлизацией на интерфейсе // Известия СПбГЭТУ "ЛЭТИ" - 2013. - №3, с.79-86.

2. Solal M. A P-matrix-based model for the analysis of SAW transversely coupled resonator filters, including guided modes and a continuum of radiated waves //IEEE Trans. UFFC - 2003 - vol. 50, N 12, p. 1729-1741

3. Abbott B, Kokkonen K. Calculating transverse mode profiles of TCSAW piston mode resonators // IEEE Ultrasonics Symposium Proc., 2016.

4. Hashimoto K., Omori T., and Ahn C. Extension of scalar potential formalism for transverse mode analysis of surface acoustic wave resonators // IEEE Ultrasonics Symposium Proc., 2011.

5. Осетров А.В., Нгуен В.Ш. Расчет параметров поверхностных акустических волн в пьезоэлектриках методом конечных элементов // Вычислительная механика сплошных сред. – 2011. – Т. 4. – № 4. – С. 71-80.