

УДК: 534.833.534
OECD: 01.03.AA

Кольцевой вязкоупругий резонатор с центральной подвижной массой

Казаков Л. И.

К.ф.-м.н., ведущий научный сотрудник, Тихоокеанский океанологический институт
им. В.И. Ильичёва ДВО РАН, г. Владивосток, РФ

Аннотация

Рассмотрены 3 варианта резонатора: один - для гидроакустической трубы и два - для вибростола (с внутренней и с внешней массой). Показано применение резонаторов для измерения динамических модулей сдвига вязкоупругих материалов с использованием упомянутых установок. В случае гидроакустической трубы удалось сложные выражения для проводимости резонатора заменить простыми резонансными формулами, пригодными в широкой полосе частот вокруг главного резонанса образца. Величину подвижной массы можно изменять в диапазоне до трех декад, что обеспечивает возможность измерения и расчета сдвиговых параметров вязкоупругого образца в полосе низких и средних частот более трех октав. Выполнено сравнение расчета с экспериментом. Имеется возможность расширения измерений на диапазон 3-4 октав высоких частот, когда образец можно считать полубесконечным в радиальном направлении. Получены простые расчетные формулы и для измерений на вибростоле. Приведены результаты измерений полистирола.

Ключевые слова: кольцевой вязкоупругий резонатор, сосредоточенная масса, акустическая проводимость, резонансная частота, комплексный модуль сдвига.

Viscoelastic ring resonator with Central movable mass

Kazakov L.I.

*Phd, leading researcher, V.I.Ilichev Pacific Oceanological Institute, Far Eastern Branch,
Russian Academy of Sciences, Vladivostok, Russia*

Abstract

3 variants of the resonator are considered: one – for a hydroacoustic tube and two-for a vibrating table (with internal and external mass). The use of resonators for measuring the dynamic shear modulus of viscoelastic materials using the mentioned installations is shown. In the case of a hydroacoustic tube, it was possible to replace complex expressions for the resonator conductivity with simple resonant formulas that are suitable in a wide frequency band around the main resonance of the sample. The value of the moving mass can be changed in the range of up to three decades, which makes it possible to measure and calculate the shear parameters of a viscoelastic sample in the low and medium frequency band of more than three octaves. The calculation is compared with the experiment. It is possible to extend the measurements to the range of 3-4 octaves of high frequencies, when the sample can be considered semi-infinite in the radial direction. Simple calculation formulas are also obtained for measurements on the vibrating table. The results of measurements of polystyrene are presented.

Keywords: ring viscoelastic resonator, concentrated mass, acoustic conductivity, resonance frequency, complex shear modulus.

Введение

Рассматриваемые ниже резонаторы имеют следующие достоинства:

- благодаря сосредоточенной массе собственная частота резонатора может быть снижена на порядок;
- варьированием массы в широких пределах можно изменять резонансную частоту в диапазоне 3-4 октав;
- простая конструкция резонаторов удобна для применения, как в трубе, так и на вибростоле при измерениях комплексного модуля сдвига вязкоупругого материала на одном образце и в широкой полосе частот.

1. Резонатор в гидроакустической трубе

На рис. 1 показана в разрезе верхняя часть гидроакустической измерительной трубы, содержащая кольцевой резонатор с центральной массой. Кольцевой образец вязкоупругого материала 1 зажат между стенкой канала заполненной водой трубы 2 и жестким цилиндрическим вкладышем 3. В простейшем случае, особенно удобном при испытаниях мягких материалов, этого достигают тем, что вкладыш 3, обтянутый кольцевым образцом 1, вталкивают в канал трубы 2 как пробку. Возможность выхода вытесняемой при этом воды обеспечивают, например, тем, что боковую поверхность вкладыша снабжают тонкой неглубокой канавкой.

При таком креплении резонатор держится в трубе посредством трения, что делает излишним использование клеевых соединений, снижающих точность измерений. Степень же зажатия образца 1, как показали специальные эксперименты, на результаты измерений не влияет. Это и понятно, поскольку вязкоупругий материал практически несжимаем, т.е. подвержен большому внутреннему давлению.

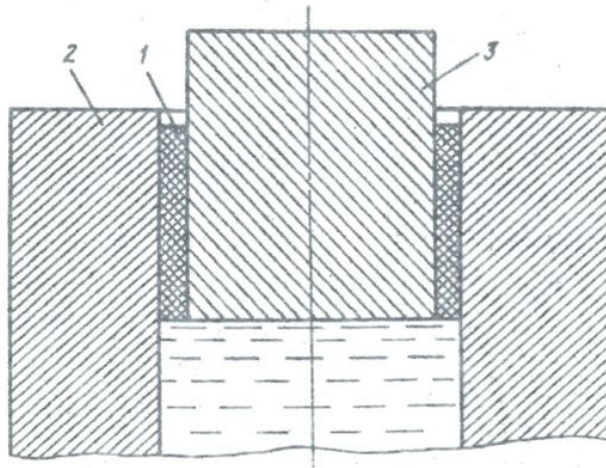


Рис. 1. Кольцевой резонатор в гидроакустической трубе:

1 – вязкоупругий образец; 2 – стенка трубы; 3 – жесткий вкладыш

Обозначим: a – радиус канала трубы (м); b – радиус вкладыша (м); $\Delta = a - b$ – толщина образца (м); h – высота образца (м); M – масса вкладыша (кг). Если $h \gg \Delta$, то в скорости смещения образца можно пренебречь поперечной составляющей и считать скорость аксиальной и не зависящей от осевой координаты z , т.е. $V_z = V_z(r)$. В этом случае справедливо уравнение в цилиндрических координатах [1, (6), (7)]:

$$\frac{d^2 V_z}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV_z}{dr} + \kappa^2 V_z = \frac{i\omega P}{\mu^* h}. \quad (1)$$

Здесь: i – мнимая единица; ω – круговая частота звука; P – звуковое давление (Па), действующее снизу на резонатор;

$$\mu^*(\omega) = \mu(\omega)[1 - i\eta(\omega)] \quad (2)$$

- комплексный модуль сдвига материала образца, где $\mu(\omega)$ – модуль сдвига (Па), $\eta(\omega)$ – коэффициент сдвиговых потерь;

$$\kappa = \kappa_1 + i\kappa_2 = \sqrt{\frac{\rho\omega^2}{\mu^*(\omega)}} = \frac{\omega\sqrt{\rho}}{\sqrt{2\mu(1+\eta^2)}}(\sqrt{\sqrt{1+\eta^2}+1} + i\sqrt{\sqrt{1+\eta^2}-1}) \quad (3)$$

- комплексное волновое число сдвиговой волны в образце, ρ – плотность материала образца (кг/м³).

Решением уравнения (1) будет

$$V_z(r) = AJ_0(\kappa r) + BN_0(\kappa r) + \frac{P}{-i\omega\rho h}.$$

Для определения постоянных A и B имеем два граничных условия: $V_z(a) = 0$ и $V_z(b) = V_0$, где V_0 – колебательная скорость массы M вкладыша. Эту скорость найдем из уравнения движения массы M :

$$-i\omega V_0 M = \pi b^2 P + \frac{i\mu^*(\omega) \cdot 2\pi b h}{\omega} \frac{\partial V_z(r)}{\partial r} \Big|_{r=b},$$

где первое слагаемое справа – сила звукового давления на вкладыш, второе – сила реакции вязкоупругого образца на боковую поверхность вкладыша. Далее исключим V_0 из двух последних уравнений и, решив полученную при этом систему уравнений относительно A и B , подставим их значения в предыдущее выражение и окончательно найдем:

$$V_z(r) = \frac{P}{i\omega\rho h} \left\{ \frac{\left\{ [J_0(\kappa a) - J_0(\kappa b)] - \frac{\rho}{\rho_1} [J_0(\kappa a) - \frac{2}{\kappa b} J_1(\kappa b)] \right\} N_0(\kappa r) - \dots}{J_0(\kappa a) N_0(\kappa b) - J_0(\kappa b) N_0(\kappa a) - \dots} \dots \right. \quad (4)$$

$$\left. \dots \frac{\left\{ [N_0(\kappa a) - N_0(\kappa b)] - \frac{\rho}{\rho_1} [N_0(\kappa a) - \frac{2}{\kappa b} N_1(\kappa b)] \right\} J_0(\kappa r)}{-\frac{\rho}{\rho_1} \cdot \frac{2}{\kappa b} [J_0(\kappa a) N_1(\kappa b) - J_1(\kappa b) N_0(\kappa a)] - 1} \right\}.$$

Здесь $J_n(\kappa r)$ и $N_n(\kappa r)$ – соответственно, функции Бесселя и Неймана;

$$\tilde{\rho}_1 = \frac{M}{\pi b^2 h}$$

- эффективная плотность (кг/м³) вкладыша 3. При $\tilde{\rho}_1 \rightarrow \infty$ отсюда следует формула (32) работы [1] для кольцевого вязкоупругого резонатора.

Из (4) найдем скорость $V_0 = V_z(b)$ массы M , а также среднюю по сечению кольцевого образца 1 скорость

$$\overline{V_z(r)} = \frac{2}{a^2 - b^2} \int_b^a V_z(r) r dr.$$

Тогда приведенную к воде акустическую проводимость кольцевого резонатора с подвижной массой запишем в виде:

$$Y = \frac{\rho_0 c_0}{P} \left[\frac{a^2 - b^2}{a^2} \overline{V_z(r)} + \frac{b^2}{a^2} V_0 \right].$$

Здесь $\rho_0 = 10^3$ кг/м³ – плотность воды, $c_0 = 1.5 \cdot 10^3$ м/с – скорость звука в воде, квадратная скобка определяет среднюю по сечению трубы колебательную скорость обращенного к воде торца резонатора. Подставив сюда значения $\overline{V_z(r)}$ и V_0 , получим:

$$Y(\omega) = P(\omega) + iQ(\omega) = \frac{\rho_0 c_0}{-i\omega \rho h} \left\{ \frac{\frac{8(1-\gamma)}{\pi z^2 a_{00}} - \frac{2a_{10}}{z a_{00}} + \frac{4\gamma a_{11}}{z y a_{00}} + \frac{\xi^2}{\gamma} (1-\gamma)^2}{1 - \frac{2\gamma a_{01}}{y a_{00}}} + 1 + \xi^2 - \frac{\xi^2}{\gamma} \right\}, \quad (5)$$

где

$$\gamma = \frac{\rho}{\tilde{\rho}_1}, \xi = \frac{b}{a}, \quad (6)$$

$$z = \kappa a, y = \kappa b = \xi z, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} a_{00} &= J_0(z)N_0(y) - J_0(y)N_0(z), \\ a_{01} &= J_0(z)N_1(y) - J_1(y)N_0(z), \\ a_{10} &= J_1(z)N_0(y) - J_0(y)N_1(z), \\ a_{11} &= J_1(z)N_1(y) - J_1(y)N_1(z). \end{aligned} \quad (8)$$

Выполнив в выражении (5) разложения цилиндрических функций (8) [2, с. 413, 428], представим это выражение в виде:

$$Y = \frac{\rho_0 c_0}{i\omega \rho h} \cdot \frac{(1 - \xi^4)z^2}{8} \cdot \frac{1}{1 - A(\xi)z^2 + B(\xi)z^4 - D(\xi)z^6 + \dots}, \quad (9)$$

где

$$A(\xi, \gamma) = \frac{(1 - \xi^2)^2}{6(1 + \xi^2)} \left(1 + \frac{3\xi^2}{\gamma(1 - \xi^2)} \right). \quad (10)$$

Как и в работе [1], оставим в знаменателе формулы (9) только два первых слагаемых и, используя (7), (3), (2), найдем для (9) приближенное значение:

$$Y(\omega) = P(\omega) + iQ(\omega) \approx \frac{\rho_0 c_0 \omega a^2 (1 - \xi^4)}{8\mu(\omega)h} \cdot \frac{-i}{1 - \frac{\omega^2 \mu(\omega_p)}{\omega_p^2 \mu(\omega)} - i\eta(\omega)}, \quad (11)$$

где

$$\omega_p \approx \frac{1}{a} \sqrt{\frac{\mu(\omega_p)}{\rho A(\xi, \gamma)}} = \frac{1}{\Delta} \sqrt{\frac{6\mu(\omega_p)}{\rho(1 + \frac{2\xi}{1+\xi^2})(1 + \frac{3\xi^2}{\gamma(1-\xi^2)})}}, \quad (12)$$

- собственная круговая частота резонатора.

Из приближенных формул при $\omega \gg \omega_p$ следует:

$$Y(\omega) \approx \frac{\rho_0 c_0}{-i\omega \tilde{\rho}_1 h} \cdot \frac{(1 + \xi^2)^2}{4\xi^2(1 + \gamma \frac{1-\xi^2}{3\xi^2})} \xrightarrow{\xi \rightarrow 1} \frac{\rho_0 c_0}{-i\omega \tilde{\rho}_1 h}$$

- приведенная проводимость сосредоточенной массы вкладыша, как это и должно быть в данном случае.

Согласно (10) $A(\xi, \gamma) \xrightarrow{\xi \rightarrow 0} \frac{1}{6}$. Тогда приближения (11) и (12), как и положено, совпадают, соответственно, с формулами для цилиндрического резонатора (10) и (11) работы [1].

На рис.2 показаны расчетные зависимости компонентов приведенной комплексной проводимости $Y(f)$ резонатора с железным вкладышем и с параметрами: $\mu = 10^6$ Па, $\eta = 1$, $\rho = 1.11 \cdot 10^3$ кг/м³, $\gamma = 0.141$, $h = 4$ см, $a = 2$ см, $\xi = 0.8$. Видим, что приближенные кривые хорошо совпадают с точными на частотах $0 < f < (2...3)f_p$. Это имеет место при любых разумных значениях параметров (для $0 < f < f_p$ – всегда).

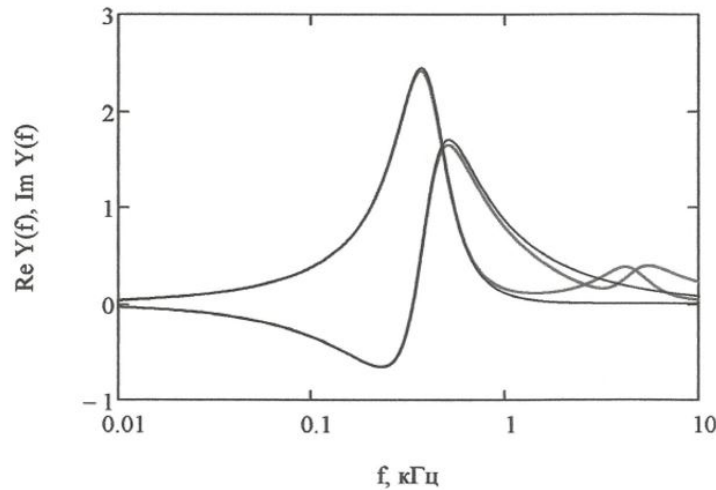


Рис. 2. Компоненты приведенной проводимости резонатора:
— - точные значения (5); — - низкочастотное приближение (11)

Величину γ можно изменять в диапазоне более трех декад, например от $\gamma = 0.05$ до $\gamma = 100$. Это обеспечивает возможность изменения собственной частоты ω_p (12) резонатора с данным резиновым образцом в полосе частот более трех октав. Большие значения γ получим, выполнив вкладыш в виде стакана, например, из сверхлегкого пенометаллического сплава AZ91 или из пеностекла. При $\gamma \gg \frac{3\xi^2}{1-\xi^2}$ собственная частота резонатора (12) стремится к предельному значению

$$\omega_p \rightarrow \omega_{max} = \frac{1}{\Delta} \sqrt{\frac{6\mu(\omega_{max})(1 + \xi^2)}{\rho(1 + \xi)^2}}, \quad (13)$$

а на кривых $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ проводимости $Y(\omega)$ на частоте $\omega_L \approx 2\omega_{max}$ появляются изломы. Это поясняет рис. 3, построенный для значения $\gamma = 100$ и остальных параметров – тех же, что на рис. 2.

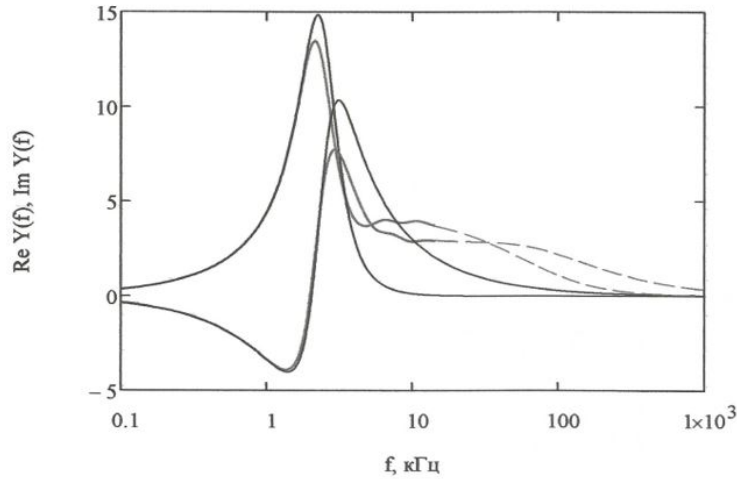


Рис. 3. Компоненты приведенной проводимости резонатора при $\gamma = 100$:
 — - точные значения (5); — - низкочастотное приближение (11);
 - - - - высокочастотное приближение (14)

Объяснение этого эффекта простое. На частоте изломов согласно (3) имеем:

$$\kappa_2(\omega_L) \cdot 2\Delta = \frac{4\sqrt{3(1+\xi^2)(\sqrt{1+\eta^2}-1)}}{(1+\xi)\sqrt{1+\eta^2}}.$$

При $\xi = 0.8$, $\eta = 1$ $\kappa_2(\omega_L) \cdot 2\Delta = 2.24$. Это означает, что на частотах $\omega > \omega_L$ происходит сильное затухание сдвиговой волны на двойной толщине образца, и чем выше частота, тем больше оснований считать образец полубесконечным в радиальном направлении, когда для сдвиговой волны входной импеданс образца равен волновому сопротивлению его материала $S = \sqrt{\rho\mu^*(\omega)}$. При $\omega > (1.5...2)\omega_L$ высокочастотное приближение проводимости резонатора (5) имеет вид

$$Y(\omega) = P(\omega) + iQ(\omega) \approx \frac{\rho_0 c_0}{-i\omega\rho h} \left\{ \frac{1 + (\gamma - 1)\xi^2 + \frac{2\gamma}{y} \left[\frac{2\xi}{y} + i \left(1 + \frac{\gamma-1}{\gamma} \xi^2 \right) \right]}{1 + i\frac{2\gamma}{y}} \right\}, \quad (14)$$

где $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ – плавно спадающие кривые, что видно на рис. 3.

Действующее на низких частотах приближение (11) хорошо аппроксимирует простой, типично резонансной формулой сложное точное выражение (5) для $Y(\omega)$ в довольно широком диапазоне частот вокруг главного резонанса, что позволяет вычислить модуль сдвига $\mu(\omega)$ и коэффициент сдвиговых потерь $\eta(\omega)$ резины по измеренным акустическим $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ и геометрическим параметрам образца по формулам:

$$\mu(\omega) = \rho\omega^2 a^2 A(\xi, \gamma) - \frac{\rho_0 c_0 \omega a^2 (1 - \xi^4)}{8h} \cdot \frac{Q(\omega)}{P(\omega)^2 + Q(\omega)^2}, \quad (15)$$

$$\eta(\omega) = \frac{\rho_0 c_0 \omega a^2 (1 - \xi^4)}{8\mu(\omega)h} \cdot \frac{P(\omega)}{P(\omega)^2 + Q(\omega)^2}. \quad (16)$$

При определении $\mu(\omega)$ и $\eta(\omega)$ по формулам (15) и (16) наиболее надежные результаты относятся к диапазону частот

$$\omega_p \left[1 - \frac{\eta(\omega_p)}{2} \right] \leq \omega \leq \omega_p \left[1 + \frac{\eta(\omega_p)}{2} \right].$$

Наибольшая точность измерений $P(\omega)$ и $Q(\omega)$ при $|Y(\omega)| \sim 1$. Такой способ определения сдвиговых параметров вязкоупругих материалов изложен в работе [3]. Как показал опыт, можно также зажимать образец лишь по части его высоты так, что верхняя часть образца остается свободной.

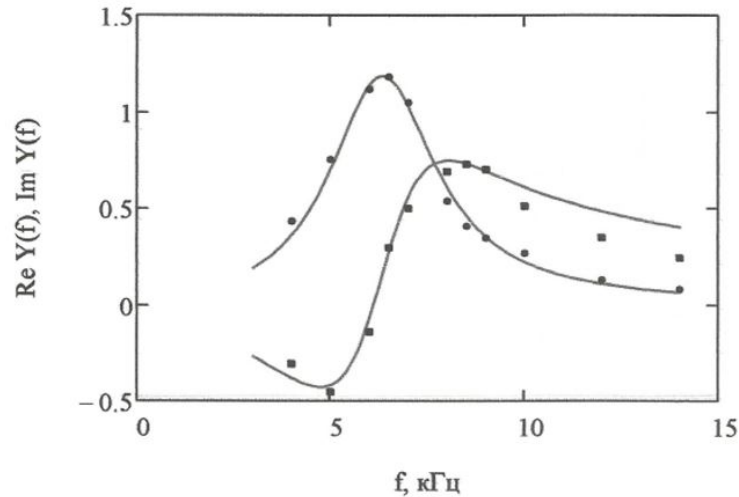


Рис. 4. Экспериментальные значения компонентов проводимости резонатора

На рис. 4 точками показаны результаты измерения на гидроакустической трубе с диаметром канала $2a = 41$ мм компонентов проводимости $P(f)$ (●) и $Q(f)$ (■) резонатора с подвижной массой, содержащего образец твердой резины толщиной $\Delta = 1.3$ мм ($\xi = 0.9366$) и высотой $h = 25$ мм. Собственная частота резонатора $f_p = 6.16$ кГц. По формулам (15), (16) и экспериментальным значениям $P(f)$ и $Q(f)$ из диапазона частот 5 - 10 кГц вычислены: модуль сдвига резины $\mu(f) = 0.46 \cdot (0.895 + 0.0147f) \cdot 10^8$ Па, средний коэффициент сдвиговых потерь $\eta(f) = 0.52$. С использованием этих значений $\mu(f)$ и $\eta(f)$ по формуле (11) построены сплошные кривые $P(f)$ и $Q(f)$, аппроксимирующие экспериментальные точки рис. 4.

Высокочастотное приближение (14), в принципе, также можно использовать для определения функций $\mu(f)$ и $\eta(f)$ по измеренным значениям $P(f)$ и $Q(f)$ в диапазоне 3 - 4 октав высоких частот. Беда лишь в том, что из уравнений (14) трудно «извлечь» μ и η . Этот вариант экспериментально не проверялся.

2. Резонаторы для вибростола

На рис. 5 и 6 показаны варианты измерительного устройства, предназначенного для определения компонентов комплексного модуля сдвига (2) вязкоупругого материала.

Образцу 1 придана форма трубки, зажатой между разъемной по диаметральной плоскости обоймой 2, стянутой болтами, и вкладышем 3. На рис. 5 обойма 2 закреплена на рабочем столе 4 вибратора 5, а вкладыш 3 свободно подвешен на образце 1, удерживается силами трения и нагружен добавочной сменной массой 6. Вертикальные колебания рабочего стола 4 вибратора 5 через обойму 2 и испытуемый образец 1 передаются вкладышу 3 с добавочной массой 6.

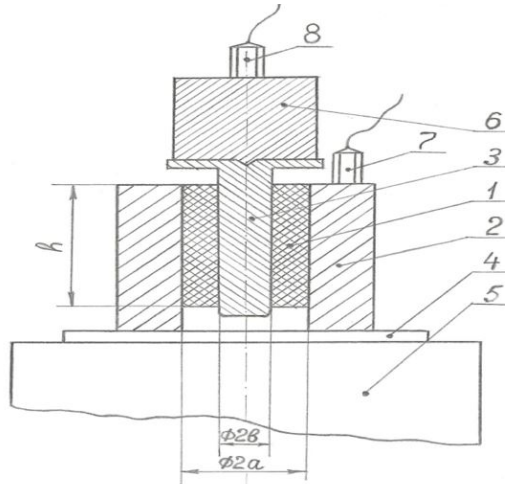


Рис. 5. Кольцевой резонатор с внутренней массой

На рис. 6 к рабочему столу 4 вибратора 5 прикреплен вкладыш 3, а разъемная обойма 2 с добавочной массой 6 свободно подвешена на образце 1. Аксиальные колебания обоймы 2 и вкладыша 3 в обоих случаях регистрируют датчики вибраций 7 и 8, например, акселерометры.

Для аксиальной скорости смещений в вязкоупругом образце рис. 5 справедливо то же уравнение (1), где следует считать $P = 0$. Имеется два граничных условия: задаваемая колебательная скорость обоймы 2; колебательная скорость суммарной массы M вкладыша 3 и довеска 6. Для отношения этих скоростей найдем:

$$\frac{V_0}{V} = \frac{\frac{4\gamma}{\pi y^2}}{a_{00} - \frac{2\gamma}{y} a_{01}}, \quad (17)$$

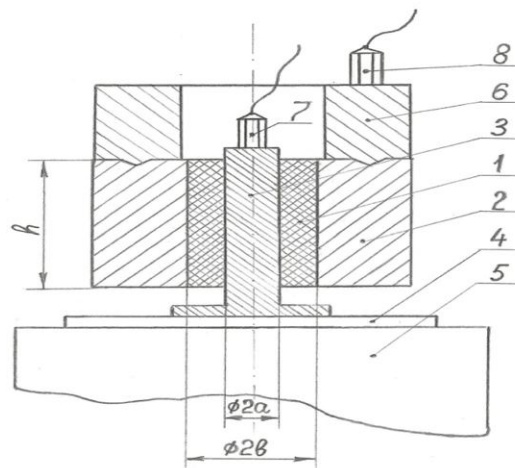


Рис. 6. Кольцевой резонатор с внешней массой

где использованы обозначения (6)-(8). Подобно переходу от (5) к (11) получим для (17) низкочастотное приближение:

$$\frac{V_0}{V} \approx \frac{1 - i\eta(\omega)}{1 - \frac{\omega^2 \mu(\omega_p)}{\omega_p^2 \mu(\omega)} - i\eta(\omega)}, \quad (18)$$

$$\omega_p \approx \frac{2}{a} \sqrt{\frac{\mu(\omega_p)}{\rho A_1(\xi, \gamma)}}, \quad (19)$$

- собственная круговая частота резонатора,

$$A_1(\xi, \gamma) = \frac{2(\gamma - 1)}{\gamma} \xi^2 \ln \xi + 1 - \xi^2. \quad (20)$$

Приближение (18) хорошо аппроксимирует в области первого резонанса точное выражение (17) лишь при $\xi \geq 0.8$.

Для измерения сдвиговых параметров $\mu(\omega)$ и $\eta(\omega)$ образца экспериментально снимают при разных добавочных массах 6 амплитудные резонансные кривые, приближенно описываемые модулями отношения (18):

$$C(\omega) \approx \sqrt{\frac{1 + \eta(\omega)^2}{\left(1 - \frac{\omega^2 \mu(\omega_p)}{\omega_p^2 \mu(\omega)}\right)^2 + \eta(\omega)^2}}. \quad (21)$$

Любая пара близких резонансных кривых образует систему двух линейно-независимых уравнений для определения искомым функций $\mu(\omega)$ и $\eta(\omega)$. На практике же поступают проще. Полагая вблизи резонанса $\mu(\omega) = \mu(\omega_p) = const$, что особенно приемлемо при малых значениях $\eta(\omega) < 1$, собственную частоту ω_p находят по положению максимума экспериментальной кривой $C(\omega)$ (21). Величину $\mu(\omega_p)$ вычисляют с помощью формулы (19). Коэффициент сдвиговых потерь на собственной частоте находят по формуле

$$\eta(\omega_p) = \frac{1}{\sqrt{C(\omega_p)^2 - 1}}. \quad (22)$$

На частоте $\omega_1 > \omega_p$, на которой $C(\omega_1) = 1$, величину модуля сдвига вычисляют по формуле

$$\mu(\omega_1) = \frac{\omega_1^2}{2\omega_p^2} \mu(\omega_p). \quad (23)$$

При $\xi < 0.8$ требуется небольшая корректировка формулы (18), обеспечивающая совпадение приближенных и точных значений величин на частотах ω_p и ω_1 .

Для резонатора с внешней массой (рис. 6) в формулах, относящихся к рис. 5, следует заменить γ на $-\gamma$. Кроме того, здесь будет $\xi = b/a > 1$. Внешняя масса может значительно превышать внутреннюю, что позволяет существенно расширить диапазон измерений в область низких частот.

На рис. 7 и 8 в качестве примера представлены частотные зависимости сдвиговых параметров $\mu(f)$ и $\eta(f)$ полистирола при температуре $18^\circ C$, измеренные указанным способом на установке рис. 5. Расширение частотного диапазона достигнуто изменением значений дополнительной массы 6 и высоты образца 1.

Аналогичные низкочастотные измерения на одномерном резонаторе с подвижной массой выполнены в работах [4] и [5]. В них поглощение сдвиговых волн в образце характеризуют коэффициентом сдвиговой вязкости $\delta(\omega)$. При гармонических колебаниях

$$\delta(\omega) = \frac{\mu(\omega)\eta(\omega)}{\omega}. \quad (24)$$

Поскольку обычно $\mu(\omega)$ и $\eta(\omega)$ слабо растут с частотой, то неудивителен вывод об уменьшении $\delta(\omega)$ с увеличением частоты. Для первых трех сдвиговых резонансов образца, исследованного в работе [5], используя приведенные там резонансные значения параметров $\mu(\omega)$ и $\delta(\omega)$, из формулы (24) найдем: $\eta(24\text{Гц}) = 0.0827$ (добротность $Q = 1/\eta = 12.09$); $\eta(76\text{Гц}) = 0.148$ ($Q = 6.76$); $\eta(131\text{Гц}) = 0.177$ ($Q = 5.65$). Эти значения $\eta(\omega)$ вполне правдоподобны. Добротности Q первых двух резонансов очень хорошо совпадают с оценками работы [5].

Точность наших измерений на рис. 7, 8 (как и в работах [4,5]) несколько лучше, чем $\pm 10\%$. Это обычная точность при измерениях параметров вязкоупругих материалов. Вывод работы [5] об увеличении точности измерений до $\pm 1\%$ путем изменения значений подвижной массы ошибочен.

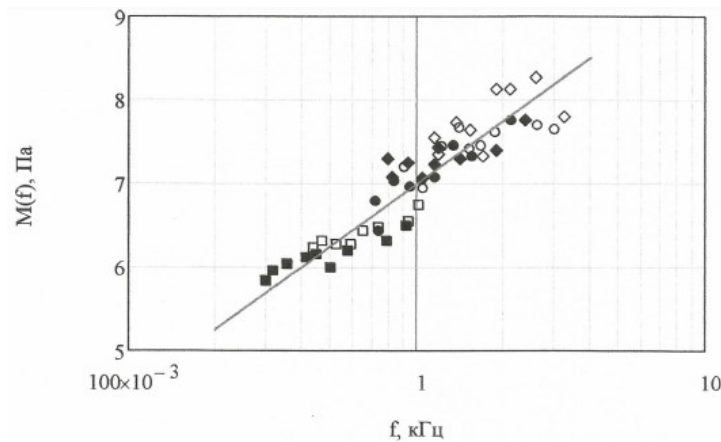


Рис. 7. Модуль сдвига $\mu(f)$ полистирола при 18°C ($M(f) = \mu(f) \cdot 10^{-7}$):
 ■, ●, ◆ - по f_p ; □, ○, ◇ - по f_1 ; $2a = 20$ мм; ■, □ - $2b = 8.5$ мм, $h = 8.75$ мм;
 ●, ○ - $2b = 8.5$ мм, $h = 40$ мм; ◆, ◇ - $2b = 10$ мм, $h = 40$ мм

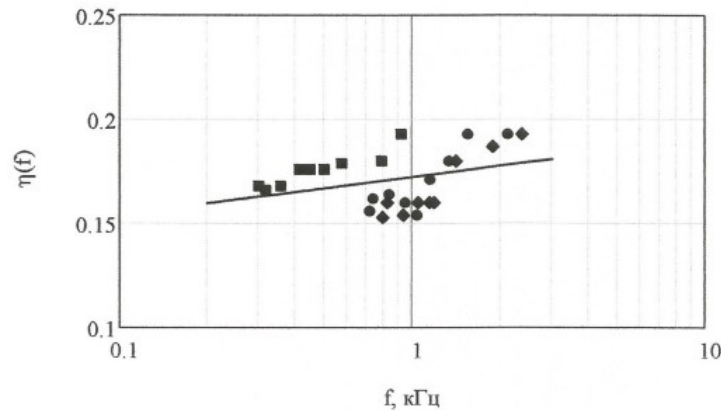


Рис. 8. Коэффициент сдвиговых потерь $\eta(f)$ полистирола при 18°C

Заключение

Рассмотрены два способа измерения модуля сдвига и коэффициента сдвиговых потерь вязкоупругих материалов с помощью кольцевых вязкоупругих резонаторов с подвижной массой. В первом способе используют классическую гидроакустическую трубу - сложную, не всем доступную акустическую установку, позволяющую выполнять как амплитудные, так и фазовые измерения. Варьирование толщины образца, а в большей

степени - добавочной подвижной массы позволяет проводить измерения в диапазоне низких и средних звуковых частот шириною в 3-4 октавы. Это обеспечивается удачной аппроксимацией в области первого сдвигового резонанса простой резонансной функцией сложного, в цилиндрических функциях выражения для проводимости резонатора. На высоких частотах, когда благодаря большому затуханию сдвиговых волн на двойной толщине образца его можно считать полубесконечным в радиальном направлении, имеется возможность проведения измерений также в полосе 3-4 октав. Недостаток этого варианта: трудно вычислить искомые параметры $\mu(\omega)$ и $\eta(\omega)$ из экспериментальных гладких кривых компонентов проводимости резонатора с помощью высокочастотного приближения (14).

Второй способ измерений основан на применении вибростола. Он гораздо проще первого, поскольку выполняются только относительные амплитудные измерения. Вместо вибростола можно приспособить, в сущности, любой точечный источник тональных вибраций или звуковых колебаний, например, токарный станок, динамик, электродвигатель, наконец, консоль переменной длины и т.п. Требования к источнику минимальны: способность воспроизводить в полосе частот перестраиваемые по частоте тональные колебания.

Список литературы

1. Казаков Л.И. Вязкоупругие резонаторы // NOISE Theory and Practice. 2019. Т. 5. № 3. С. 28-42.
2. Арфкен Г. Математические методы в физике. / Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1970. 712 с.
3. Казаков Л.И. Способ определения комплексного модуля сдвига и коэффициента потерь вязкоупругого материала. Авт. свид. № 530241. БИ №36, 1977 г.
4. Андреев В.Г., Бурлакова Т.А. Измерения сдвиговой упругости и вязкости резиноподобных материалов // Акуст. журн. 2007. Т. 53. № 1. С. 50-54.
5. Андреев В.Г., Крит Т.Б., Сапожников О.А. Стоячие волны в упругом слое, нагруженном конечной массой // Акуст. журн. 2010. Т. 56. № 2. С. 190-196.

References

1. Kazakov L.I. Viscoelastic resonators // NOISE Theory and Practice. 2019. Vol. 5. No.3. Pp. 28-42.
2. Arfken G. Mathematical Methods in Physics. / Translated from English. M.: Atomizdat, 1970. 712 P.
3. Kazakov L.I. Method for determining the complex shear modulus and loss coefficient of a viscoelastic material. Inventor's certificate No. 530241. BI No. 36, 1977.
4. Andreev V. G., Burlakova T. A. Measurements of shear elasticity and viscosity of rubber-like materials // Sov. Phys. Acoust. 2007. Vol. 53. No.1. Pp. 50-54.
5. Andreev V. G., Krit T. B., Sapozhnikov O. A. Standing waves in an elastic layer loaded with a finite mass // Sov. Phys. Acoust. 2010. Vol. 56, No. 2. Pp. 190-196.