

УДК 534.138
OECD 01.03.AA

Ячеечные модели суспензий цилиндрических частиц при разных граничных условиях

Казаков Л.И.

К.ф.-м.н., ведущий научный сотрудник, Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичёва ДВО РАН, г. Владивосток

Аннотация

Приведены акустические характеристики ячейчных моделей суспензий цилиндрических частиц для четырех граничных условий на поверхности ячейки и произвольных объемных концентраций частиц. Теория применена к расчету волокнистых звукоизолирующих и звукопоглощающих материалов. Показаны примеры расчета звукопоглощающей способности слоев стекловаты.

Ключевые слова: ячейчные модели суспензий, цилиндрические частицы, граничные условия, вязкие потери, волокнистые звукопоглотители, низкочастотное приближение.

Cellular models of cylindrical particle suspensions under different boundary conditions

Kazakov L.I.

K. F.-M. N., leading researcher, Pacific Oceanological Institute named after V. I. Il'ichev FEB RAS, Vladivostok 9

Abstract

Given the acoustic characteristics of the cell models of suspensions of cylindrical particles for the four boundary conditions on the surface of the cell and an arbitrary volume concentration of particles. The theory is applied to the calculation of fibrous sound-insulating and sound-absorbing materials. Examples of calculation of sound-absorbing ability of glass wool layers are shown.

Key words: *cellular models of suspensions, cylindrical particles, boundary conditions, viscous losses, fibrous sound absorbers, the low-frequency approximation.*

Введение

Основные сведения о медленных (“ползущих”) течениях вязкой жидкости в ячейчных моделях суспензий изложены в книге [1]. Ячеечные модели эмульсий сферических и цилиндрических включений с четырьмя вариантами граничных условий на поверхности ячеек для гармонических колебаний и вязких потерь исследованы в работах [2] и [3] (для сферических капель), где, однако, получены лишь низко- и высокочастотные приближения. Ниже приведены полные выражения акустических характеристик суспензий с цилиндрическими частицами, пригодные для любых частот и концентраций.

1. Акустические характеристики

В рассматриваемом случае при плотнейшей упаковке одинаковых ячеек каждая из них ограничена шестигранной поверхностью, которую в расчетах приближенно заменяют цилиндрической с радиусом R_1 . Цилиндрическая частица, расположенная по центру ячейки, имеет радиус R . Значение R_1 выбирают из условия $\varepsilon = \xi^2$, где ε – объемная концентрация частиц в суспензии, $\xi = R/R_1$. Полагаем, что звуковая волна частотой ω распространяется в суспензии перпендикулярно цилиндрическим частицам, а длина её намного превышает размер ячейки. Это дает основание считать ячеечную суспензию “микронеоднородной” средой с эффективными плотностью $\tilde{\rho}$ (кг/м³), сжимаемостью \tilde{k} (Па⁻¹), скоростью звука \tilde{c} (м/с), волновым числом $\tilde{\kappa}$ (м⁻¹) [4, с.56,57]. Ввиду неизбежных вязких и тепловых потерь при механических колебаниях, все эффективные параметры дисперсной среды предстают комплексными¹ и частотнозависимыми, причем оба эти свойства взаимно обусловлены [2, с. 65], [5].

Будем учитывать только вязкие потери, пренебрегая тепловыми, следствием чего явится вещественность эффективной сжимаемости среды [4, с. 57]:

$$\tilde{k} = k'\xi^2 + k(1 - \xi^2)$$

где k' (Па⁻¹) – сжимаемость частицы², k (Па⁻¹) – сжимаемость жидкости. Эффективная же плотность дисперсной среды – величина комплексная и выражается формулой [2], [6]:

$$\tilde{\rho} = \tilde{\rho}_1 + i\tilde{\rho}_2 = \rho \left(1 + \zeta \xi^2 \frac{U}{V} \right), \quad (1)$$

откуда

$$\tilde{\rho}_1 = \rho \left(1 + \zeta \xi^2 \operatorname{Re} \frac{U}{V} \right), \quad \tilde{\rho}_2 = \rho \zeta \xi^2 \operatorname{Im} \frac{U}{V}, \quad (2)$$

где ρ (кг/м³) – плотность жидкости, $\zeta = \frac{\rho'}{\rho} - 1$, ρ' кг/м³ – плотность частицы, U (м/с) – комплексная амплитуда колебательной скорости частицы, V (м/с) – задаваемая амплитуда скорости полюсов ячейки. Отличие отношения этих скоростей от единицы вызвано разностью плотностей компонентов суспензии, вязкостью жидкости η (Па·с) и величиной ξ .

Комплексную скорость звука \tilde{c} (м/с) в суспензии и волновое число плоской звуковой волны $\tilde{\kappa}$ (м⁻¹) определим, как обычно [4, с. 28]:

$$\tilde{c} = \frac{1}{\sqrt{\tilde{k}\tilde{\rho}}}, \quad \tilde{\kappa} = \frac{\omega}{\tilde{c}} = \omega \sqrt{\tilde{k}\tilde{\rho}}.$$

Для компонент волнового числа найдем [7, с. 19]:

$$\tilde{\kappa} = \tilde{\kappa}_1 + i\tilde{\kappa}_2 = \frac{\omega}{\tilde{c}_\Phi} + i\tilde{\kappa}_2 = \frac{\omega \sqrt{\tilde{k}}}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{\sqrt{\tilde{\rho}_1^2 + \tilde{\rho}_2^2} + \tilde{\rho}_1} + i \sqrt{\sqrt{\tilde{\rho}_1^2 + \tilde{\rho}_2^2} - \tilde{\rho}_1} \right)$$

где

$$\tilde{c}_\Phi = \left[\frac{\tilde{k}}{2} \left(\sqrt{\tilde{\rho}_1^2 + \tilde{\rho}_2^2} + \tilde{\rho}_1 \right) \right]^{-1/2}, \quad \text{м/с} -$$

¹Временную зависимость величин определим множителем $e^{-i\omega t}$ где i – мнимая единица, t (с) – время.

²Все параметры частицы отмечены штрихами.

фазовая скорость звука в суспензии;

$$\tilde{\kappa}_2 = \omega \sqrt{\frac{\tilde{k}}{2} \left(\sqrt{\tilde{\rho}_1^2 + \tilde{\rho}_2^2} - \tilde{\rho}_1 \right)}, \text{ м}^{-1} -$$

амплитудный коэффициент поглощения звука в множителе $e^{-\tilde{\kappa}_2 x}$ определяющем убывание амплитуды колебаний с расстоянием x (м).

Мнимая часть $\tilde{\rho}_2$ (кг/м³) комплексной плотности обусловлена вязкими потерями в ячеечной среде и их определяет. В жидкостной суспензии эти потери на длине звуковой волны обычно малы. Это означает, что $\tilde{\rho}_2 \ll \tilde{\rho}_1$ т.е. велика добротность среды

$$Q = \frac{\tilde{\rho}_1}{\tilde{\rho}_2} = \frac{1 + \zeta \xi^2 \text{Re} \frac{U}{V}}{\zeta \xi^2 \text{Im} \frac{U}{V}}. \quad (3)$$

Тогда имеет место приближение:

$$\tilde{\kappa} = \tilde{\kappa}_1 + i\tilde{\kappa}_2 = \frac{\omega}{\tilde{c}_\Phi} + i\tilde{\kappa}_2, \text{ м}^{-1},$$

где

$$\tilde{c}_\Phi \approx \frac{1}{\sqrt{\tilde{k}\tilde{\rho}_1}}, \text{ м/с}, \quad \tilde{\kappa}_2 \approx \frac{\omega}{2\tilde{c}_\Phi Q}, \text{ м}^{-1}.$$

Таким образом, чтобы вычислить эффективные комплексные параметры дисперсной среды – плотность $\tilde{\rho}(\omega)$, фазовую скорость звука $\tilde{c}_\Phi(\omega)$, волновое число $\tilde{\kappa}(\omega)$ – необходимо знать отношение скоростей U/V .

Один из недостатков ячеечной модели дисперсной среды: неизвестно, как задать граничное условие для тангенциальной скорости V_Θ жидкости на поверхности ячейки. Ниже рассмотрены четыре известных варианта граничных условий (пронумерованы):

1. $n = 0$: жесткая, бесконечно тонкая и легкая оболочка ячейки [1, с. 152, 518];
2. $n = 1$: условие Квашнина $\partial V_\Theta / \partial r = 0$ при $r = R_1$, т.е. минимум тангенциальной скорости по радиальной координате [8, с.154];
3. $n = 2$: условие Хашпеля $\sigma_{\Theta r}(R_1, \Theta) = 0$, т.е. обращение в нуль касательных напряжений на границе ячейки [1, с. 447];
4. $n = 3$: условие Кувабары $\text{rot} V(R_1, \Theta) = 0$, т.е. отсутствие завихренности течения на границе ячейки [1, с. 450], [9].

Можно показать [6], что при медленных течениях в ячеечной модели эмульсии с цилиндрическими включениями для удовлетворения принципу минимума вязких потерь [10 с. 49] необходимо и достаточно, чтобы ячейки были окружены жесткими оболочками. В остальном перечисленные граничные условия, установленные эвристическим путем, имеют лишь интуитивные "правдоподобные" обоснования и "рассудить" их сможет только опыт.

Отношение скоростей в (1), (2) для разных граничных условий представим в виде:

$$\frac{U}{V} = \frac{1}{1 - p_n(z)}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \quad (4)$$

где

$$z = \frac{i^{1/2} \alpha}{\sqrt{2} \xi}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{\omega \rho}{2\eta}} 2R = \frac{2R}{\delta_{\text{вязк}}},$$

$\delta_{\text{вязк}}$ (м) – глубина проникновения вязкой волны в жидкость,

$$\begin{aligned} p_0 &= \zeta \left[\frac{F(z)}{G(z)} - \vartheta(\xi) \right], \quad p_1 = \zeta \left[\frac{F(z) + A(z)}{G(z) + B(z)} - \vartheta(\xi) \right], \\ p_2 &= \zeta \left[\frac{F(z) + \frac{A(z)}{2}}{G(z) + \frac{B(z)}{2}} - \vartheta(\xi) \right], \quad p_3 = \zeta \left[\frac{A(z)}{B(z)} - \vartheta(\xi) \right], \\ \vartheta(\xi) &= \frac{1 - \xi^2}{2}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$F(z) = [N_2(z) - \xi^2 N_2(\xi z)] \left[\frac{J_1(z)}{z} - \frac{J_1(\xi z)}{\xi z} \right] - [J_2(z) - \xi^2 J_2(\xi z)] \left[\frac{N_1(z)}{z} - \frac{N_1(\xi z)}{\xi z} \right],$$

$$G(z) = J_2(z)N_2(\xi z) - J_2(\xi z)N_2(z), \quad (6)$$

$$A(z) = \frac{1}{\xi} [N_1(z)J_1(\xi z) - J_1(z)N_1(\xi z)],$$

$$B(z) = z [N_1(z)J_2(\xi z) - J_1(z)N_2(\xi z)],$$

$J_m(z)$, $N_m(z)$ – функции m -го порядка Бесселя и Неймана.

Используя известные представления бесселевых функций рядами [11], получим при

$$D = |z^2| = \frac{\alpha^2}{2\xi^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{2R_1}{\delta_{\text{вязк}}} \right)^2 \ll 1, \quad (7)$$

когда вязкая волна заполняет всю ячейку и поэтому важны условия на её границах, низкочастотные приближения

$$p_n = i \frac{\zeta \alpha^2}{8} \cdot \frac{\varphi'_n(\xi)}{\Psi'_n(\xi)}, \quad (8)$$

где

$$\varphi'_0(\xi) = (1 - \xi^4) \ln \frac{1}{\xi} - (1 - \xi^2)^2, \quad \Psi'_0(\xi) = 1 - \xi^4, \quad *)$$

$$\varphi'_1(\xi) = \left(1 + \frac{\xi^4}{3} \right) \ln \frac{1}{\xi} - \frac{2}{3}(1 - \xi^2), \quad \Psi'_1(\xi) = 1 + \frac{\xi^4}{3},$$

$$\varphi'_2(\xi) = (1 + \xi^4) \ln \frac{1}{\xi} - \frac{1}{2}(1 - \xi^4), \quad \Psi'_2(\xi) = 1 + \xi^4, \quad *)$$

$$\varphi'_3(\xi) = \ln \frac{1}{\xi} - \frac{1}{4}(1 - \xi^2)(3 - \xi^2), \quad \Psi'_3(\xi) = 1; \quad *)$$

здесь отмечены известные из литературы соотношения [1].

Если $\zeta \sim 1$, что имеет место для жидкостных суспензий, то в низкочастотном приближении $|p_n| \ll 1$, вследствие чего

$$\frac{U}{V} \approx 1 + p_n = 1 + i \frac{(\rho' - \rho)\omega R^2}{4\eta} \cdot \frac{\varphi'_n(\xi)}{\Psi'_n(\xi)},$$

$$\tilde{\rho}_1(\omega) \approx \tilde{\rho}(0) = \rho(1 - \varepsilon) + \rho'\varepsilon, \quad \text{кг/м}^3, \quad (9)$$

$$\tilde{c}_\Phi(\omega) \approx \tilde{c}_\Phi(0) = \frac{1}{\sqrt{(k(1-\varepsilon) + k'\varepsilon)(\rho(1-\varepsilon) + \rho'\varepsilon)}}, \text{ м/с,}$$

$$\tilde{\kappa}_2(\omega) = \frac{\varepsilon(\rho' - \rho)^2 \omega^2 R^2}{8\eta\tilde{\rho}(0)\tilde{c}_\Phi(0)} \cdot \frac{\varphi'_n(\xi)}{\Psi'_n(\xi)}, \text{ М}^{-1}.$$

Условие $|p_n| \ll 1$ обеспечивает почти полное увлечение ($U \approx V$) относительно легкой частицы силами вязкости в жидкости.

Высокочастотные приближения получим, применив асимптотические разложения бесселевых функций в (6) при

$$|z| = \frac{\sqrt{2}R_1}{\delta_{\text{вязк}}} \gg 1 \quad (10)$$

и рекуррентные соотношения для них [7, с. 163], [11, с. 415,449]:

$$p_0(y) = \frac{\zeta}{2} \left[\frac{H_0^{(1)}(y)}{H_2^{(1)}(y)} + \xi^2 + i \frac{2\xi^3}{y} \right], \quad p_n(y) = \frac{\zeta}{2} \left[\frac{H_0^{(1)}(y)}{H_2^{(1)}(y)} + \xi^2 \right], \quad n = 1, 2, 3, \quad (11)$$

где $y = \xi z = (1+i)\alpha/2$, $H_V^{(1)}(y)$ – функции Ханкеля [11, с.434].

При $\xi \ll 1$ из (4) и (11) следует отношение скоростей для одиночной цилиндрической частицы:

$$\frac{U}{V} = \frac{1}{1 - \frac{\zeta H_0^{(1)}(y)}{2 H_2^{(1)}(y)}}.$$

Это аналог известной (для сферических частиц) формулы Кёнига (W. König, 1891 г.) [6].

Если выполнено условие (10), то можно считать, что частицы суспензии не взаимодействуют друг с другом, располагаются в пространстве произвольно, что снимает вопрос о граничных условиях, как видно из выражений (11). Величина $2R_1$ (м) имеет тогда смысл среднего расстояния между частицами. Это дает возможность расчета акустических характеристик полидисперсных суспензий любых концентраций, совместных с условием (10).

При $|y| = \frac{\sqrt{2}R}{\delta_{\text{вязк}}} \gg 1$, когда затухающая вязкая волна сосредоточена в тонком слое у поверхности частицы ("скин-эффект") и не доходит до границ ячейки, имеем:

$$\frac{H_0^{(1)}(y)}{H_2^{(1)}(y)} \approx -1 + i \frac{2}{y}.$$

Тогда

$$p_n \approx -\frac{\zeta}{2}(1 - \xi^2) + \frac{(1+i)\zeta a_n(\xi)}{\alpha}, \quad a_0 = 1 + \xi^3, \quad a_1 = a_2 = a_3 = 1,$$

$$\frac{U}{V} \approx \frac{1}{1 + \frac{\zeta}{2}(1 - \xi^2)} \left\{ 1 + \frac{\zeta a_n(\xi)}{\alpha [1 + \frac{\zeta}{2}(1 - \xi^2)]} + i \frac{\zeta a_n(\xi)}{\alpha [1 + \frac{\zeta}{2}(1 - \xi^2)]} \right\}, \quad (12)$$

$$\tilde{\rho}_1(\omega) \approx \tilde{\rho}(\infty) = \rho \frac{1 + \frac{\zeta}{2}(1 + \xi^2)}{1 + \frac{\zeta}{2}(1 - \xi^2)}, \text{ кг/м}^3, \quad \tilde{\rho}_2(\omega) \approx \frac{\rho \zeta^2 \xi^2 a_n(\xi)}{\alpha(\omega) [1 + \frac{\zeta}{2}(1 - \xi^2)]}, \text{ кг/м}^3,$$

$$\tilde{\kappa}_2(\omega) \approx \frac{\zeta^2 \xi^2 \sqrt{\rho \eta \omega} a_n(\xi)}{2\sqrt{2} [1 + \frac{\zeta}{2}(1 - \xi^2)]^2 \tilde{\rho}(\infty) \tilde{c}_\Phi(\infty) R}, \text{ м}^{-1}, \quad \tilde{c}_\Phi(\infty) = \frac{1}{\sqrt{\tilde{k} \tilde{\rho}(\infty)}}, \text{ м/с}.$$

Видим, что при $\xi^3 \ll 1$ формулы (12) для всех граничных условий одинаковы, как и должно быть. В этом случае увлечение частицы силами вязкости неполное.

Акустические характеристики (3), (9), (12) жидкостных суспензий цилиндрических частиц весьма сходны с таковыми для суспензий сферических частиц при одних и тех же диаметрах частиц и их объемных концентрациях [6].

2. Волокнистые звукопоглотители

Наиболее интересное применение изложенной теории – это расчет акустических свойств множества пористоволокнистых материалов (войлок, стекловата, металлические волокна и т.п.), широко используемых в целях звукоизоляции и звукопоглощения [12], [13]. В таких "суспензиях" жидкость замещена воздухом, и поэтому параметр $\zeta \gg 1$. Полученные при выполнении условия (7) простые формулы (8) низкочастотного приближения успешно аппроксимируют сложные "точные" формулы (5), (6) в широком диапазоне звуковых частот. Об этом можно судить, вычислив модуль отношения точных и приближенных значений p_n :

$$S_n = \left| \frac{p_n(5)}{p_n(8)} \right| \leq 1. \quad (13)$$

В наиболее интересных случаях показатель S_n весьма близок к единице, что сильно упрощает теорию и повышает скорость вычислений. При этом условие (7) обычно не обязательно выполняется, т.е. оно является только достаточным для справедливости низкочастотного приближения, но не необходимым. В примерах будут указаны характерные значения S_n и D .

Условие $|p_n| \ll 1$ почти полного увлечения частицы силами вязкости, необходимое для справедливости выражений (9), выполняется лишь на достаточно низких частотах.

Ниже представлены расчетные акустические характеристики слоев стекловаты с параметрами: $\rho = 1,205 \text{ кг/м}^3$, $c = 343,1 \text{ м/с}$, $k = 7,05 \cdot 10^{-6} \text{ Па}^{-1}$, $\eta = 1,81 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$ (воздух при 20° С , 1 атм); $\rho' = 2,45 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $c' = 4 \cdot 10^3 \text{ м/с}$, $k' = 2,55 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1} \ll k$ (стекловата). Отсюда: $\zeta = \rho'/\rho - 1 = 2032 \gg 1$, $\tilde{k} \approx k(1 - \xi^2)$. На рисунках соответствие кривых граничным условиям такое: — — — — $n = 0$; ●●● — $n = 1$; — — — — $n = 2$; — · — — $n = 3$. Низкочастотное приближение для $n = 0$ отмечено тонкой сплошной кривой. Такая кривая отчетливо видна лишь на рисунке 2, специально рассчитанном для её проявления до частоты 100 кГц. В других случаях приближенные кривые практически сливаются с точными.

На рисунке 1 приведены расчетные кривые затухания $A_n(\varepsilon) = 8,686 \tilde{\kappa}_n(\varepsilon)$ (дБ/м) звука частотой $f = 1 \text{ кГц}$ в стекловате с частицами диаметром $2R = 20 \text{ мкм}$ в зависимости от объемной концентрации частиц $\varepsilon = \xi^2$. Для $\varepsilon = 0,035 S_0 = 0,9991$, $D = 1,195$; для $\varepsilon = 0,1$, $S_0 = 0,99991$, $D = 0,418$. Как видно, затухание весьма велико, что говорит о высокой звукоизолирующей способности такого материала.

Рисунок 2 представляет для разных граничных условий частотный ход затухания $A_n(f)$ (дБ/см) звука в стекловате с $\varepsilon = 0,01$ (пористость 99%) и $2R = 6 \text{ мкм}$. На частоте 1 кГц $S_0 = 0,9992$, $D = 0,376$; при $f = 10 \text{ кГц}$ $S_0 = 0,9925$, $D = 3,76$.

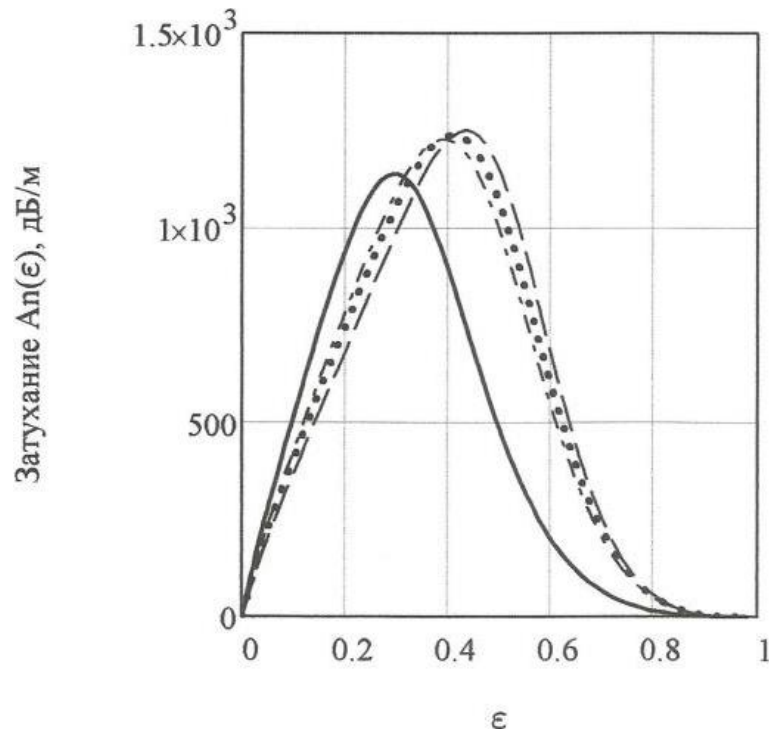


Рис. 1. Зависимость от ε затухания звука частотой $f = 1$ кГц в стекловате с частицами диаметром 20 мкм

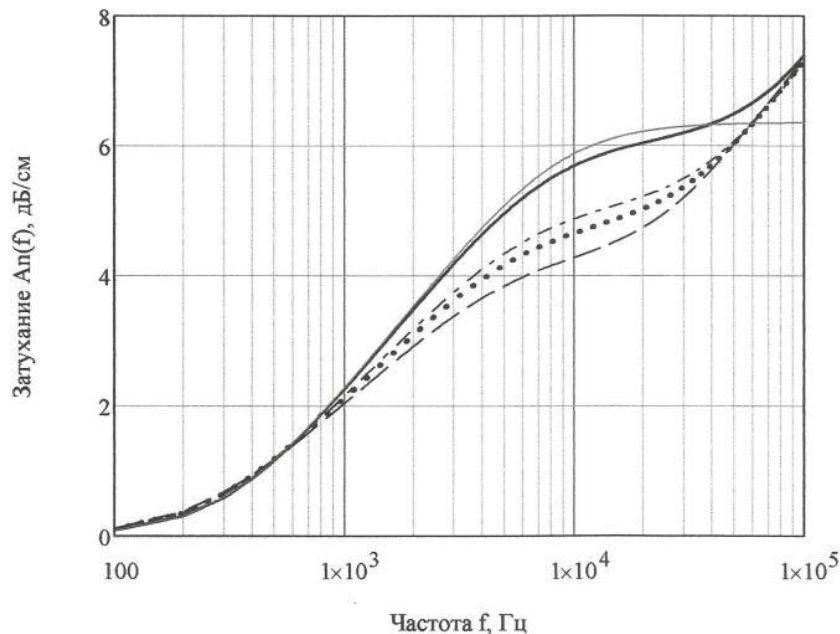


Рис. 2. Частотные зависимости затухания звука в стекловате ($\varepsilon = 0,01, 2R = 6$ мкм) при разных граничных условиях

На рисунках 3-5 показаны частотные зависимости коэффициентов $W_n(f)$ звукопоглощения (доля поглощенной звуковой энергии) для слоев стекловаты, нанесенных на жесткую, массивную стенку.

На рисунке 3 средние значения: W_0 (100 Гц – 10 кГц) = 0,877; W_0 (250 Гц – 2 кГц) = 0,717; $W_{0 \text{ эфф}} = 0,753$ (среднее значение по частотам 250, 500, 1000 и 2000 Гц – по [12]). Значения S_0 и D – те же, что и на рисунке 2. Приближенная кривая для $n = 0$ неразличима.

На рисунке 4: $W_0(100 \text{ Гц}) = 0,996$; $W_0(100 \text{ Гц} - 10 \text{ кГц}) = 0,595$; $W_0(250 \text{ Гц} - 2 \text{ кГц}) = 0,431$; $W_{0 \text{ эфф}} = 0,393$; для $f = 10 \text{ кГц}$ $S_0 = 0,9993$, $D = 1,075$. Низкочастотное приближение (8) для $n = 0$ сливается с точным. Тонкой сплошной кривой показано низкочастотное приближение, предполагающее для (8) $|p_0| \ll 1$, когда можно считать $U/V \approx 1 + p_0 \approx 1$.

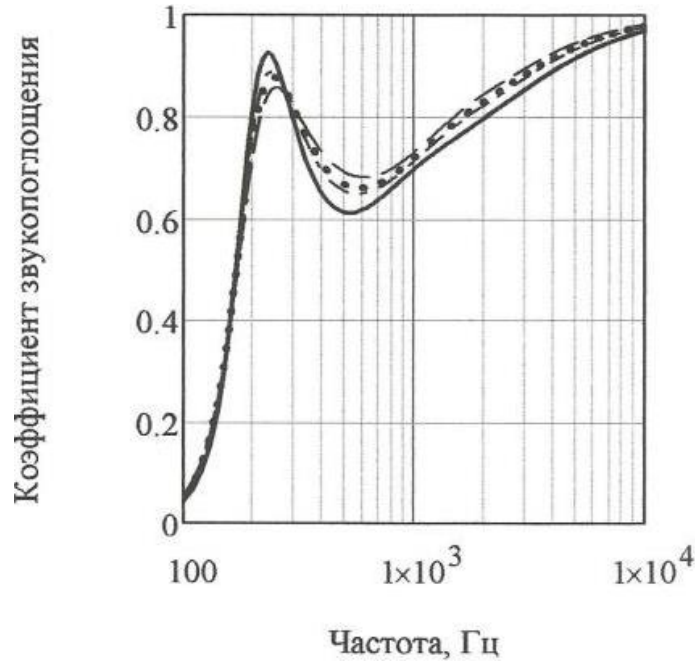


Рис. 3. Частотный ход $W_n(f)$ для слоя стекловаты ($h = 90 \text{ мм}$, $\varepsilon = 0,01$, $2R = 6 \text{ мкм}$)

Пики на рисунках 3, 4 соответствуют четвертьволновым резонансам в слоях. Собственные частоты этих резонансов: $f_m = \frac{(1 + 2m)c}{4h\sqrt{\zeta\xi^2(1 - \xi^2)}}$.

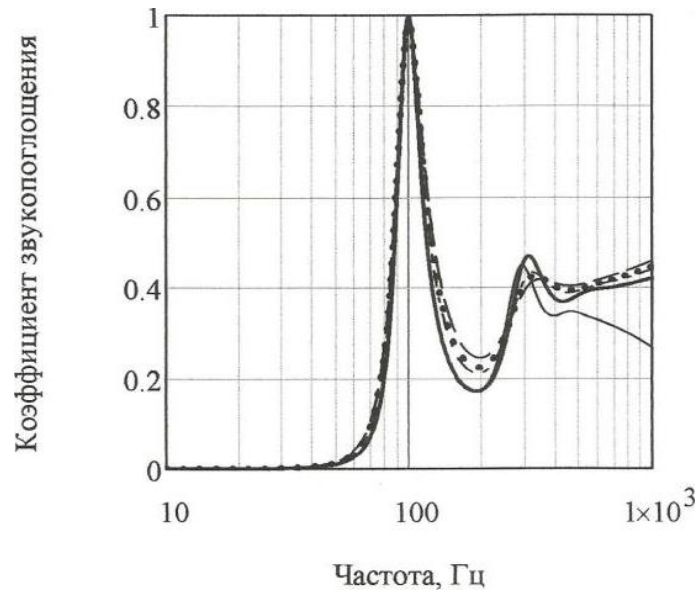


Рис. 4. То же для слоя стекловаты с параметрами $h = 105 \text{ мм}$; $\varepsilon = 0,035$; $2R = 6 \text{ мкм}$.

Здесь средние значения такие: $W_0(100 \text{ Гц} - 10 \text{ кГц}) = 0,948$; $W_0(250 \text{ Гц} - 2 \text{ кГц}) = 0,873$; $W_{0 \text{ эфф}} = 0,82$; $S_0(1 \text{ кГц}) = 0,9997$, $D(1 \text{ кГц}) = 0,768$; $S_0(10 \text{ кГц}) = 0,973$, $D(10 \text{ кГц}) = 7,68$.

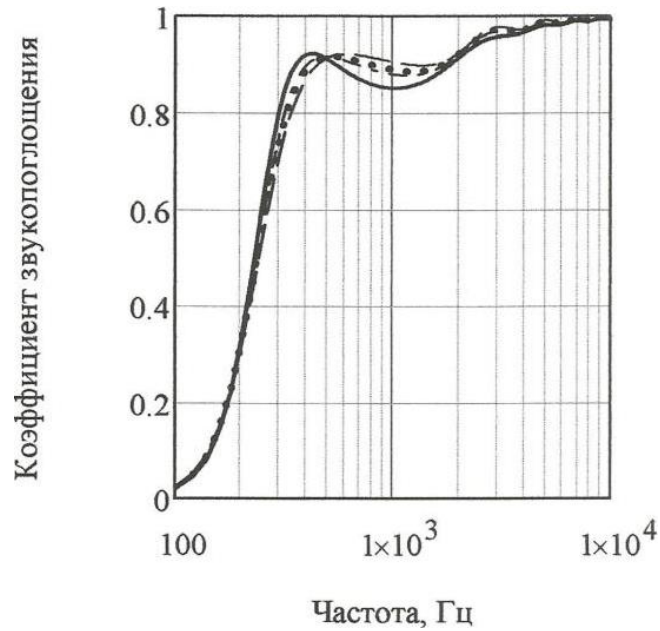


Рис. 5. Частотная зависимость поглощения звука слоем стекловаты толщиной $h = 90$ мм при $\varepsilon = 0,005$ (пористость 99,5%), $2R = 6$ мкм

Рисунок 6 дает представление о типичном частотном ходе показателей $S_n(f)$ (13). При больших диаметрах частиц (20-50 мкм) значения S_n резко падают. Фактически S_n зависят от двух переменных $S_n = S_n(\alpha(\omega, R), \xi)$ и не зависят от ζ .

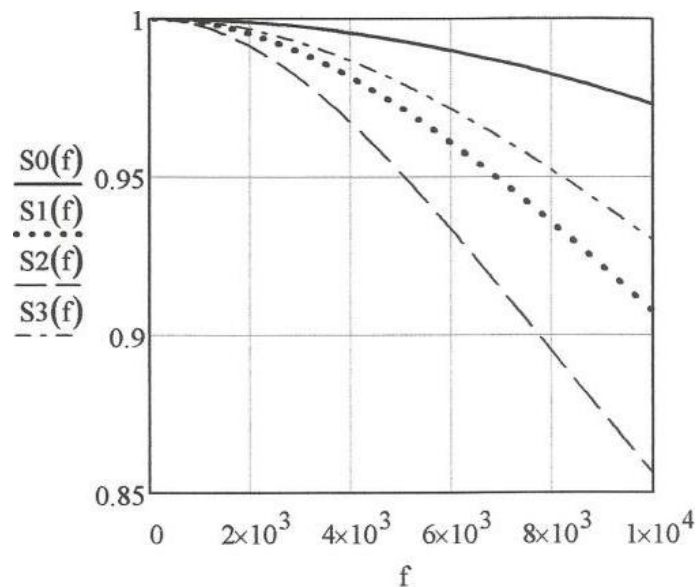


Рис. 6. Частотные зависимости показателей $S_n(f)$ для данных рисунка 5

Заклучение

Ячеечные модели суспензий цилиндрических частиц приближены в силу своей пространственной упорядоченности и одинаковости частиц, чего в реальных волокнистых средах не бывает. Однако, результаты (5), (6), полученные в рамках принятых ячейчных моделей, являются точными. Они справедливы для суспензий с любыми объемными концентрациями включений и на любых частотах, удовлетворяющих условию малости размеров ячейки по сравнению с длиной звуковой волны.

Найденные формулы пригодны для модельных расчетов акустических свойств любых пористоволокнистых материалов. Расчеты показали, что для хорошего поглощения звука слоем стекловаты, особенно на низких частотах, требуются достаточно тонкие стекловолокна и очень малая их объемная концентрация (высокая пористость). При этом для наиболее интересных низких и средних звуковых частот низкочастотные приближения (8) успешно заменяют сложные «точные» формулы (5), (6), что намного упрощает расчеты звукопоглотителей.

Если вязкая волна к границам ячейки затухает, то прекращается взаимодействие частиц, отпадает необходимость их упорядоченного размещения в ячейчную структуру, снимается вопрос о граничных условиях. Такую суспензию можно рассматривать как совокупность свободных, одиночных частиц в жидкости. Это открывает возможность расчета в диапазоне частот акустических характеристик полидисперсных суспензий с произвольными объемными концентрациями частиц разных диаметров. Требуется только соблюдение условия невзаимодействия частиц – малости глубины проникновения вязкой волны в жидкость в сравнении со средним расстоянием между частицами.

Список литературы

1. Хаппель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса / Пер. с англ. под ред. Бувевича Ю.А. М.: Мир, 1976. 630 с.
2. Казаков Л.И. Динамика капель в электрокапиллярных акустических преобразователях. Дисс. ... к.ф.-м.н. Владивосток, 1985. 114 с.
3. Казаков Л.И. Гармонические колебания вязких капель в вязкой жидкости в условиях стесненного обтекания. Владивосток, 1984. 18 с. – Деп. в ВИНТИ 12.09.84 № 6202 – 84 Деп.
4. Исакович М.А. Общая акустика. Учебное пособие. М.: Наука, 1973. 495 с.
5. Гинзбург В.Л. Об общей связи между поглощением и дисперсией звуковых волн // Акуст. журн. 1955. Т. 1. № 1. С. 31–39.
6. Казаков Л.И. О распространении звука в дисперсных средах // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 3. С. 330–341.
7. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. Пер. с англ. М.: Наука, 1964. 228 с.
8. Квашнин А.Г. Об одной ячейчной модели суспензии сферических частиц // Изв. АН СССР, МЖГ. 1979. № 4. С. 154–157.
9. Kuwabara S. The forces experienced by randomly distributed parallel circular cylinders or spheres on a viscous flow at small Reynolds numbers // J. Phys. Soc. Japan. 1959. V. 14. № 4. P. 527-533.
10. Моисеев Н.Н. Математика ставит эксперимент. М.: Наука, 1979. 224 с.
11. Арфкен Г. Математические методы в физике. Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1970. 712 с.
12. Шашкеев К.А., Шульдешов Е.М., Попков О.В., Краев И.Д., Юрков Г.Ю. Пористые звукопоглощающие материалы (обзор) // Труды ВИАМ. 2016. № 6 (42). С. 46–56.
13. Фарафонов Д.П., Мигунов В.П., Деговец М.Л., Алешина Р.Ш. Пористоволокнистый металлический материал для звукопоглощающих конструкций авиационных ГТД // Труды ВИАМ. 2016. № 4 (40). С. 3–12.