

Об источнике шума пограничного слоя вязкого теплопроводного газа

Воронков С.С.

Зав. кафедрой дорожного строительства ПсковГУ
180000 г. Псков, пл. Ленина, д. 2

Аннотация

Рассмотрен источник шума пограничного слоя вязкого теплопроводного газа, обусловленный наличием диссипации энергии и теплообмена. Анализируется уравнение для пульсаций давления в вязком теплопроводном газе, полученное автором. Показано, что полученное уравнение объясняет механизм возникновения пульсаций давления в стационарном потоке вязкого теплопроводного газа при наличии градиентов скорости и температуры. Предложена математическая модель, описывающая рассматриваемые процессы. Приводятся результаты вычислительного эксперимента по возникновению пульсаций давления в пограничном слое вязкого теплопроводного газа на плоской пластине.

Ключевые слова: источник шума, уравнение для пульсаций давления, пограничный слой, вязкий теплопроводный газ.

On the noise source of the boundary layer of a viscous heat-conducting gas

Voronkov S.S.

Head of the Department of road construction, Pskov State University
Russia, Pskov, sq. Lenina, h.2

Abstract

The noise source of the boundary layer of a viscous heat-conducting gas is considered, due to the presence of energy dissipation and heat transfer. The equation for pressure pulsations in a viscous heat-conducting gas, obtained by the author, is analyzed. It is shown that the obtained equation explains the mechanism of occurrence of pressure pulsations in a stationary flow of a viscous heat-conducting gas in the presence of velocity and temperature gradients. A mathematical model describing the processes under consideration is proposed. The results of a computational experiment on the occurrence of pressure pulsations in a boundary layer of a viscous heat-conducting gas on a flat plate are presented.

Key words: source of noise, equation for pressure pulsations, boundary layer, viscous heat-conducting gas.

Введение

В аэроакустике уравнения, описывающие распространение звука, выводятся, как правило, из уравнений сохранения массы и количества движения [1] и представляют собой волновое неоднородное уравнение, правая часть которого содержит различные источники звука. При этом диссипацией энергии и теплопроводностью пренебрегают как величинами второго порядка малости. Источниками шума, излучаемого турбулентным пограничным слоем, являются интенсивные пульсации давления, причиной которых, как считается, являются элементарные вихри, распадающиеся и вновь образуемые [2]. В ламинарном пограничном слое также возникают пульсации давления, но интенсивность их значительно ниже [3]. И здесь возникает вопрос: что является причиной пульсаций давления в ламинарном пограничном слое вязкого теплопроводного газа?

В работе [4] получено уравнение для пульсаций давления в вязком теплопроводном газе

$$\frac{dp}{dt} - a_s^2 \frac{d\rho}{dt} = (k-1)\Phi, \quad (1)$$

где p, ρ – давление и плотность газа;

a_s – адиабатное и изоэнтропное значение скорости звука;

Φ – функция, учитывающая диссипацию энергии и теплообмен:

$$\Phi = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) +$$

$$+ \mu \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right\};$$

T – температура газа;

\mathbf{V} – вектор скорости газа с проекциями u, v, w на оси декартовой системы координат x, y, z соответственно;

λ – коэффициент теплопроводности;

μ – коэффициент динамической вязкости;

t – время;

k – показатель адиабаты.

Полные производные в уравнении (1) представляют собой сумму локальной и конвективной производных и расписываются:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \text{grad } p, \quad (2)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \text{grad } \rho. \quad (3)$$

Уравнение (1) выведено из уравнения энергии с привлечением уравнений неразрывности и состояния для совершенного газа [4], поэтому оно может рассматриваться как аналог уравнения энергии, но записанного относительно пульсаций давления.

Из уравнения (1) следует, что в вязком теплопроводном газе при возникновении градиентов скорости, например, в пограничном слое, в струйных течениях и др., будут возникать пульсации давления, являющиеся источником шума.

В работах Качанова, Козлова и Левченко [5] установлена важная роль передней кромки пластины в формировании вихревых волн пограничного слоя – волн Толмина-Шлихтинга (см. рис. 1), но до конца не ясен механизм возбуждения этих волн. Рассмотрим механизм генерации этих волн, привлекая уравнение (1). Качественный анализ уравнения показывает: возникновение градиентов скорости потока $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$ на передней кромке пластины вследствие прилипания потока на стенке пластины ($u = 0, v = 0$), порождает нестационарные пульсации давления dp в плоскости

ху, которые генерируют вихревые волны. Уравнение (1) позволяет по иному взглянуть на механизм возникновения турбулентности в пограничном слое вязкого теплопроводного газа [6].

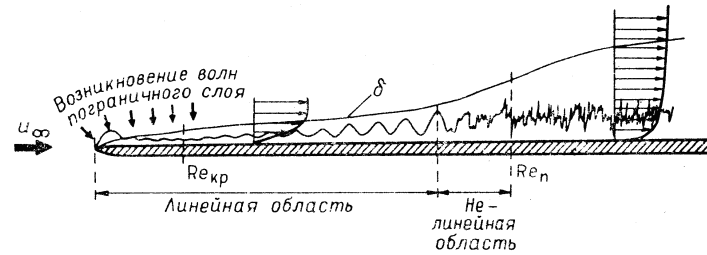


Рис. 1. Схема основных стадий процесса перехода в пограничном слое (рисунок взят из работы [5])

1. Математическая модель

Приведем математическую модель, описывающую процесс возникновения пульсаций давления в вязком теплопроводном газе в трехмерной постановке, включающую:

1. Уравнение неразрывности [7]

$$\frac{dp}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{V} = 0. \quad (4)$$

2. Уравнение Навье-Стокса в проекциях на оси x, y, z [7, 8]

$$\rho \frac{du}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{1}{3} \operatorname{div} \mathbf{V} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right], \quad (5)$$

$$\rho \frac{dv}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[2\mu \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{1}{3} \operatorname{div} \mathbf{V} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right], \quad (6)$$

$$\rho \frac{dw}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[2\mu \left(\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{1}{3} \operatorname{div} \mathbf{V} \right) \right]. \quad (7)$$

3. Уравнение энергии [4]

$$\frac{dp}{dt} - a_s^2 \frac{dp}{dt} = (k-1)\Phi. \quad (8)$$

4. Уравнение состояния для совершенного газа

$$p = \rho RT, \quad (9)$$

где R – газовая постоянная.

В этой системе из шести уравнений неизвестных 6 величин: p, ρ, T, u, v, w , (при условии, что $\mu = \text{const}$ и $\lambda = \text{const}$).

Для повышения точности численных расчетов в качестве неизвестных используются консервативные переменные [8]: $\rho, \rho u, \rho v, \rho w$, а также давление p и температура T . Систему уравнений (4–9) удобно записать в векторном виде

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial D}{\partial z} = 0, \quad (10)$$

где векторы U, F, G, D представляют собой упорядоченные наборы комбинаций основных переменных [8].

Численное решение системы уравнений (10) осуществлялось по двух шаговой схеме Браиловской [8]

$$U^{\bar{n}+1} = U^n - \left[\frac{\delta F^n}{\delta x} + \frac{\delta G^n}{\delta y} + \frac{\delta D^n}{\delta z} \right] \Delta t, \quad (11)$$

$$U^{n+1} = U^{\bar{n}} - \left[\frac{\delta F_I^{\bar{n}+1}}{\delta x} + \frac{\delta F_V^n}{\delta x} + \frac{\delta G_I^{\bar{n}+1}}{\delta y} + \frac{\delta G_V^n}{\delta y} + \frac{\delta D_I^{\bar{n}+1}}{\delta z} + \frac{\delta D_V^n}{\delta z} \right] \Delta t, \quad (12)$$

где I и V — индексы соответственно невязких и вязких членов функций F, G и D ;

$\frac{\delta}{\delta x}, \frac{\delta}{\delta y}$ и $\frac{\delta}{\delta z}$ представляются центральными разностями, $F_I^{\bar{n}+1} = F_I(U^{\bar{n}+1})$ и т. д.

Программа реализована в среде MathCad Professional.

2. Результаты вычислительного эксперимента

В качестве начальных условий задавалось стационарное распределение поля скоростей u и v в пограничном слое несжимаемой жидкости на плоской пластине в двумерном приближении [9].

Количество узлов конечно-разностной прямоугольной сетки i, j, k по осям x, y и z принимается 11. Шаг конечно-разностной сетки принимается равномерным по осям x, y и z : $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0,25 \cdot 10^{-3}$ м. Расчет выполняется для фрагмента погранслоя, начиная с расстояния от передней кромки пластины $x_l = 0,1$ м. Шаг по времени определялся из условия устойчивости и принимался равным $\Delta t = 2,5 \cdot 10^{-7}$ с. Количество шагов по времени принималось $n = 100$.

Анализировалось влияние градиентов скорости потока вязкого теплопроводного газа в пограничном слое на возникновение пульсаций давления.

Анализ изменения давления в расчетной области пограничного слоя показывает (рис. 2), что в сжимаемом потоке вязкого теплопроводного газа, даже при задании постоянного давления на границах расчетной области, давление в расчетной области является нестационарным.

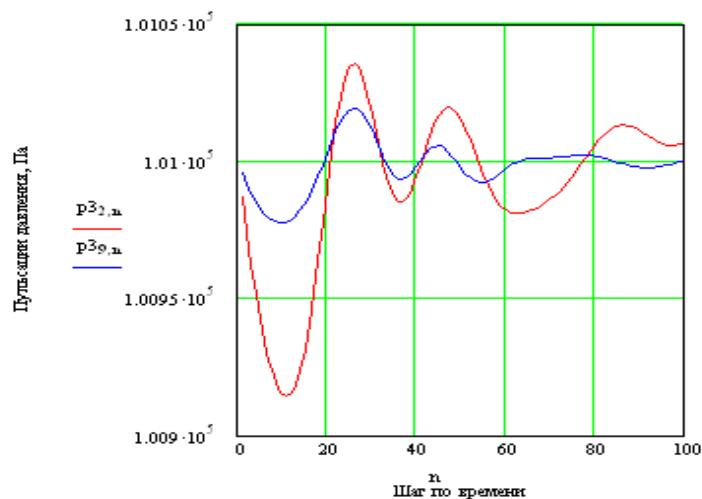


Рис. 2. Пульсации давления во времени в пограничном слое вязкого теплопроводного газа в точках $i=2$ $j=3$ и $i=9$ $j=3$ в сечении $k=6$

На рис. 3 приведены значения плотности вязкого теплопроводного газа в расчетной области пограничного слоя.

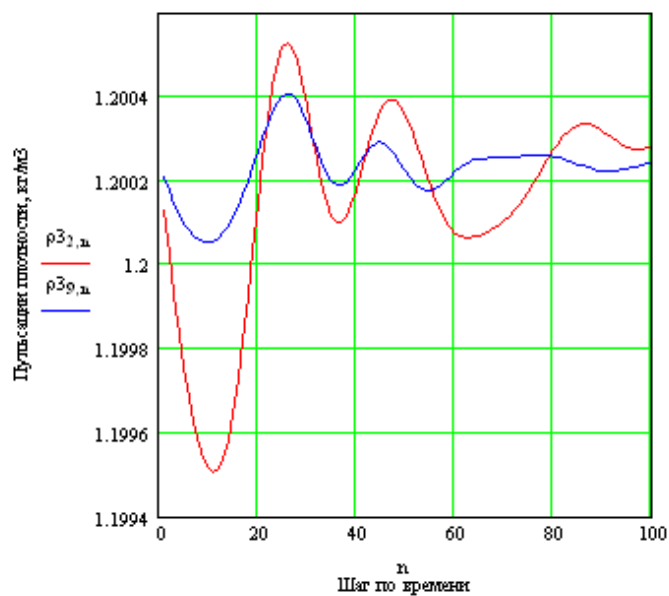


Рис. 3. Пульсации плотности во времени в пограничном слое вязкого теплопроводного газа в точках $i=2$ $j=3$ и $i=9$ $j=3$ в сечении $k=6$

На рис. 4 приведены значения температуры вязкого теплопроводного газа в расчетной области пограничного слоя.

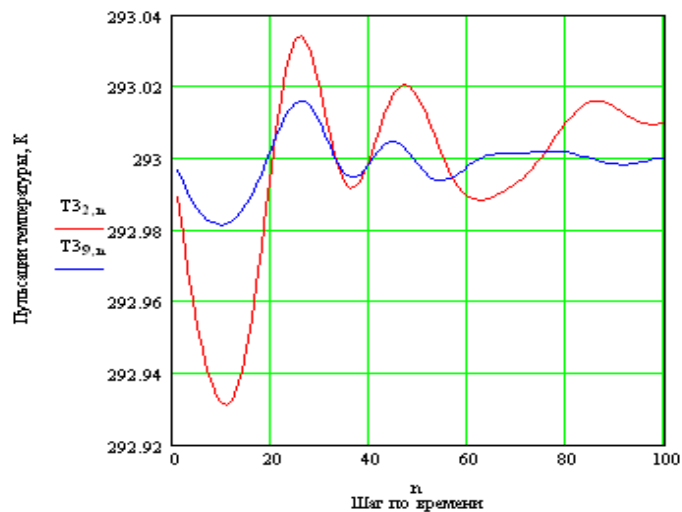


Рис. 4. Пульсации температуры во времени в пограничном слое вязкого теплопроводного газа в точках $i=2, j=3$ и $i=9, j=3$ в сечении $k=6$

На рис. 5 и 6 приведены значения скоростей u и v в различных сечениях.

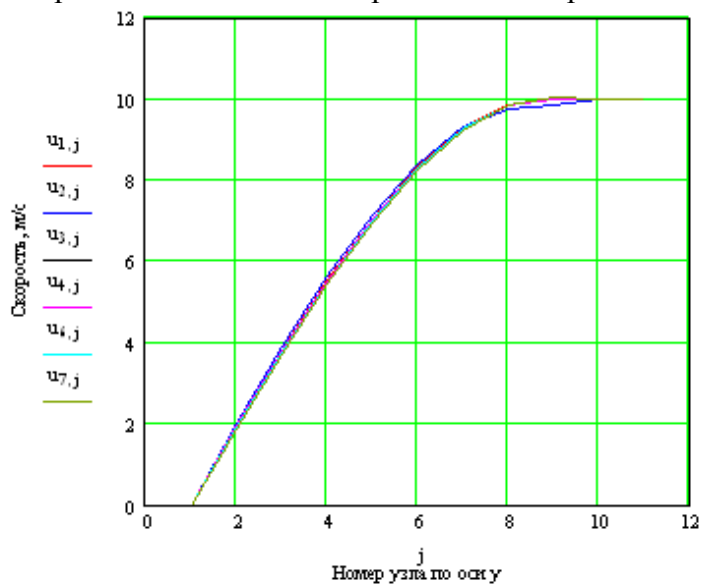


Рис. 5. Изменение скорости u в поперечном сечении погранслоя в сечении $k=6$ в момент времени $n = 100$

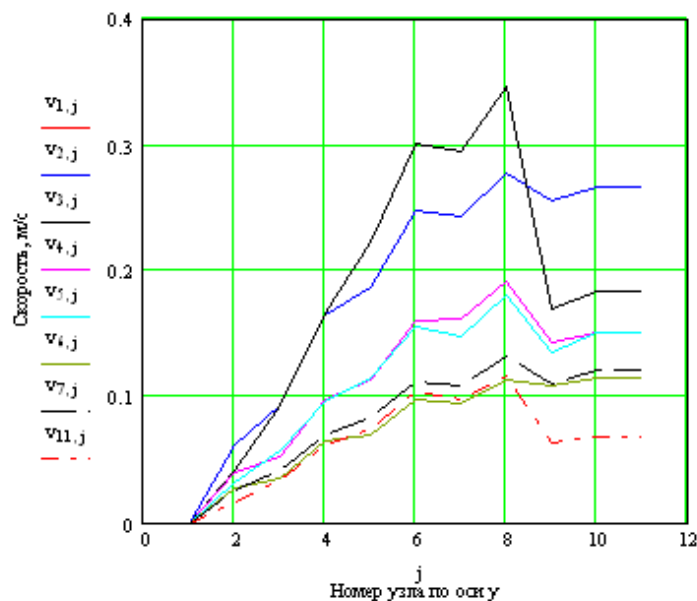


Рис. 6. Изменение скорости v в поперечном сечении погранслоя в сечении $k=6$ в момент времени $n = 100$

Заключение

Показано, что полученное уравнение объясняет механизм возникновения пульсаций давления в пограничном слое стационарного потока вязкого теплопроводного газа на плоской пластине при наличии градиентов скорости и температуры.

Установленные пульсации давления являются источником шума пограничного слоя, обусловленного диссипацией энергии и теплообменом.

Список литературы

1. Голдстейн Мэрвин Е. Аэроакустика: Пер. с англ. – М.: Машиностроение, 1981. – 294 с.
2. Справочник по технической акустике: Пер. с нем. – Л.: Судостроение, 1980. – 440 с.
3. Лямшев Л.М. Акустика управляемого пограничного слоя. Вестник АН СССР. 1973, вып. 7. С. 22-31.
4. Воронков С. С. О скорости звука в потоке вязкого газа с поперечным сдвигом. Электронный журнал «Техническая акустика», – Режим доступа. – URL: <http://www.ejta.org>, 2004, 5.
5. Качанов Ю. С., Козлов В. В., Левченко В. Я. Возникновение турбулентности в пограничном слое. – Новосибирск: Наука, 1982. – 151 с.
6. Воронков С. С. О законе возникновения турбулентности в пограничном слое вязкого теплопроводного газа. Электронный журнал «Техническая акустика», – Режим доступа. – URL: <http://www.ejta.org>, 2016, 6.
7. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. Изд. 5-е. – М.: Наука, 1978. – 736 с.
8. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 616 с.
9. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Наука, 1974. – 712 с.