

УДК 641.5.06:620.111

OECD 02.11.JY

## Моделирование крутильных колебаний в виброакустических системах машин очистки корнеклубнеплодов

Заплетников И.Н.<sup>1</sup>, Пильненко А.К.<sup>2</sup>, Севаторова И.С.<sup>3</sup><sup>1</sup>Зав. кафедрой оборудования пищевых производств<sup>2</sup>Доцент кафедры оборудования пищевых производств<sup>3</sup>Ассистент кафедры оборудования пищевых производств<sup>1,2,3</sup>Донецкий национальный университет экономики и торговли имени Михаила Туган-Барановского, г. Донецк, ул. Щорса, 31

### Аннотация

В статье представлены методика расчета и динамическая модель виброакустической системы машин очистки корнеклубнеплодов типа МОК. Наглядно показана типовая кинематика этих машин. Расчеты моментов инерции и жесткостей системы произведены для машины МОК-150, серийно выпускаемой заводом торгового машиностроения г. Барановичи Республики Беларусь. Динамическая модель машины представлена в виде пятимассовой системы. В качестве масс принимались вращающиеся звенья машины, начиная от ротора электродвигателя и заканчивая терочным диском, в качестве упругих элементов – валы и клиноременная передача. Приведены уравнения для определения потенциальной и кинематической энергии системы. Рассчитаны приведенные к валу электродвигателя моменты инерции масс машины и приведенные коэффициенты жесткости участков вала. Для описания крутильных колебаний системы использовано уравнение Лагранжа. Составлены системы из пяти дифференциальных уравнений второго порядка. Решение системы произведено в программе Matcad. В результате определены для машины МОК-150 собственные и вынужденные частоты и амплитуды крутильных колебаний виброакустической системы. Проведен анализ полученных результатов расчета.

**Ключевые слова:** машина очистки корнеклубнеплодов, динамическая модель, крутильные колебания.

## Simulation of torsional vibrations in vibro-acoustic systems of machines for cleaning root and tuber crops

Zapletnikov I.N.<sup>1</sup>, Pilnenko A.K.<sup>2</sup>, Sevatorova I.S.<sup>3</sup><sup>1</sup> Professor, Head of the Department of Food Production Equipment<sup>2</sup> Assistant professor of the Department of Food Production Equipment<sup>3</sup> Assistant of Food Production Equipment<sup>1,2,3</sup> Donetsk National University of Economics and Trade named after Mikhail Tugan-Baranovsky, Donetsk

### Abstract

The article presents the method of calculation and the dynamic model of the vibro-acoustic system of machines for cleaning root crops of the IOC type. The typical kinematics of these machines are clearly shown. Calculations of the moments of inertia and stiffness of the system are made for the machine IOC-150, mass-produced by the factory of commercial machinery in Baranovichy of the Republic of Belarus. The dynamic model of the machine is presented in the form of a five mass system. The masses were rotating parts of the machine starting from the rotor of the electric motor and ending with a grating disc, as the elastic elements - shafts and V-belt transmission. The equations for determining the potential and kinematic energy of the system are given. The inertia moments of mass of the machine and the reduced stiffness coefficients of the shaft sections are calculated to the shaft of the electric motor. To describe the torsional vibrations of the system, the Lagrange equation is used. A system of five second-order differential equations is composed. The system solution is made in the Matcad program. As a result, the own and forced frequencies and amplitudes of torsional vibrations of the vibro-acoustic system were determined for the IOC-150 machine. The analysis of the obtained results of the

\* E-mail: [obladn@kaf.donnuet.education](mailto:obladn@kaf.donnuet.education) (Заплетников И.Н.), [pilnenko\\_a@mail.ru](mailto:pilnenko_a@mail.ru) (Пильненко А.К.)

calculation.

**Key words:** machine for cleaning root crops, dynamic model, torsional vibrations.

## Введение

Машины очистки корнеклубнеплодов типа МОК широко представлены на предприятиях общественного питания. С их помощью достигается механизация ручного труда работников по очистке корнеклубнеплодов от кожуры. Работоспособность данных машин имеет большое значение для бесперебойной и эффективной работы предприятий общественного питания. В свою очередь, на работоспособность машин МОК оказывает негативное влияние возникновение крутильных колебаний от динамических процессов, происходящих при работе машины.

Наибольшее распространение на этих предприятиях для выполнения технологической операции – очистки корнеклубнеплодов от кожуры, получили машины МОК-150. Они имеют незначительные габариты, массу, энергопотребление, удобны в обслуживании и эксплуатации.

Проблеме исследования крутильных колебаний посвящено достаточно большое количество трудов. Анализом крутильных колебаний технических систем начали заниматься еще в начале прошлого века, когда встала проблема поломок валов некоторых силовых установок. Эта проблема активизировала так же создание аппаратуры для измерения вибрационных явлений и разработку методов их расчета. Особенно эти исследования нашли широкое применение в тяжелом машиностроении [1, 2]. Однако исследованиям крутильных колебаний машин перерабатывающей и пищевой промышленности уделено недостаточное внимание.

Целью работы является расчет амплитуд и частот свободных и вынужденных крутильных колебаний на примере машины МОК-150.

## 1. Основное содержание и результаты работы

Конструкция машины очистки корнеклубнеплодов МОК-150 (рис. 1) включает асинхронный электродвигатель АИР71А4 1, вращение от которого через клиноременную передачу 2, 3 передается на вал рабочего органа 4, установленного в подшипниковых опорах, и рабочий орган – абразивный терочный диск 5. Для исследования крутильных колебаний необходимо определить моменты инерции элементов конструкции и жесткости упругих участков конструкции. Моменты инерции вышеперечисленных деталей машины вычислялись с использованием системы твердотельного 3D моделирования КОМПАС и приведены в таблице 1.

Таблица 1

Инерционно-жесткостные характеристики механической части машины

Деталь машины	Момент инерции ( $I$ ), кгм <sup>2</sup>	Жесткость ( $C$ ), Нм/рад
Ротор электродвигателя	$1,3 \cdot 10^{-3}$	-
Вал электродвигателя	$4,63 \cdot 10^{-6}$	$1,9 \cdot 10^4$
Ведущий шкив	$3,84 \cdot 10^{-4}$	-
Клиноременная передача	-	$4 \cdot 10^3$
Ведомый шкив	$2,46 \cdot 10^{-2}$	-
Вал рабочего органа	$7,05 \cdot 10^{-5}$	$1,9 \cdot 10^6$
Рабочий орган	0,21	-

Как показали экспериментальные исследования нагрузок в машине МОК-150 [3, 4] на вал рабочего органа машины действует среднемаксимальный момент 9,6 Нм, в

соответствии с которым момент, развиваемый электродвигателем с учётом КПД передачи (0,96) и её передаточного числа (0,375) составляет 3,744 Нм.

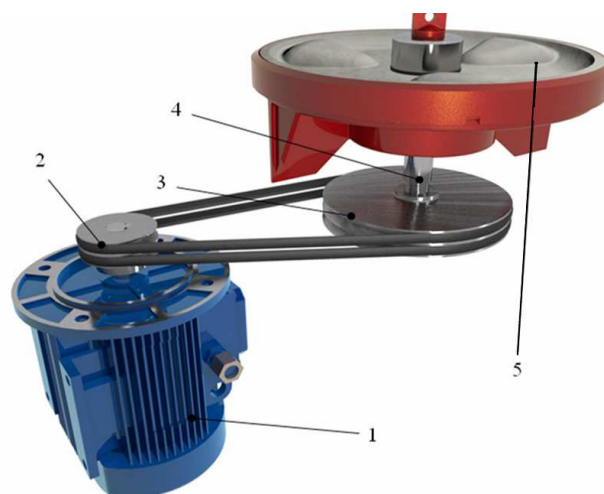


Рис. 1. Механическая часть машины очистки корнеклубнеплодов МОК-150

При работе машины вследствие непостоянства вращающего момента электродвигателя (по синусоидальному закону) в системе возникают крутильные колебания. Рассчитывались максимальные углы закручивания сосредоточенных масс данной динамической системы относительно их устойчивого положения равновесия.

В соответствии с конструкцией машины составлена её полная динамическая модель. Распределённые массы реальной машины заменены сосредоточенными массами, соединёнными между собой безинерционными упругими участками условного вала. При приведении к валу электродвигателя (рис. 2) за первую массу ( $J_1$ ) принимался ротор электродвигателя, за вторую массу ( $J_2$ ) – ведущий шкив, за третью ( $J_3$ ) – ведомый шкив, за четвёртую ( $J_4$ ) – вал рабочего органа, за пятую ( $J_5$ ) – тёрочный диск. Момент инерции вала электродвигателя в данной модели распределяется поровну между ротором электродвигателя и ведущим шкивом. При приведении жёсткостей участков вала к валу электродвигателя за жёсткость между первой и второй массой ( $C_{12}$ ) принимается жёсткость вала электродвигателя. Жёсткость участка между второй и третьей массой ( $C_{23}$ ) равняется жёсткости клиноременной передачи, жёсткость участка между третьей и четвёртой массой ( $C_{34}$ ), а так же между четвёртой и пятой массой ( $C_{45}$ ) равняется половине жёсткости вала рабочего органа.

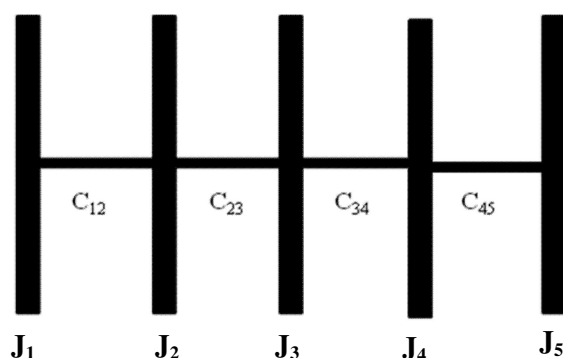


Рис. 2. Динамическая пятимассовая модель машины МОК-150 по крутильным колебаниям

При расчёте крутильных колебаний данной системы для линеаризации задачи малых колебаний в дифференциальных уравнениях движения сохраняются только линейные члены относительно отклонений и скоростей, а члены более высокого порядка отбрасываются. Движение консервативной системы полностью определяется потенциальной (1) и кинетической (2) энергией [5].

$$\Pi = \frac{1}{2} [C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2)^2 + C_{23}(\varphi_2 - \varphi_3)^2 + C_{34}(\varphi_3 - \varphi_4)^2 + C_{45}(\varphi_4 - \varphi_5)^2] \quad (1)$$

$$T = \frac{1}{2} (I_1 \dot{\varphi}_1^2 + I_2 \dot{\varphi}_2^2 + I_3 \dot{\varphi}_3^2 + I_4 \dot{\varphi}_4^2 + I_5 \dot{\varphi}_5^2) \quad (2)$$

где  $\varphi_i$  – углы закручивания соответствующих масс относительно положения равновесия.

Звенья рассматриваемого механизма вращаются с разными угловыми скоростями  $\omega$ . При расчёте крутильных колебаний моменты инерции звеньев механизма приводятся к валу электродвигателя, движущемуся с определённой угловой скоростью (1360 об/мин). Это производится из условия равенства кинетических энергий сосредоточенных масс находящихся на разных валах механизма и кинетических энергий соответствующих звеньев на приведённом валу модели [6].

$$T = \frac{I_i \omega_i^2}{2} = \frac{I_{inp} \omega_{inp}^2}{2} \quad (3)$$

Из зависимости (3) следует, что момент инерции приведённой массы, с учетом передаточного отношения  $u = \frac{\omega_i}{\omega_{inp}}$ , равен:

$$I_{inp} = I_i \left( \frac{\omega_i}{\omega_{inp}} \right)^2 = I_i u^2 \quad (4)$$

Так из формулы (4) моменты инерции первой и второй масс, находящихся на валу к которому приводится система, не требует умножения на квадрат передаточного отношения  $I_1 = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^2$ ,  $I_2 = 3,86 \cdot 10^{-4} \text{ кг/м}^2$ . Третья, четвёртая и пятая сосредоточенная массы находятся на валу, частота вращения которого приводится к частоте вращения вала электродвигателя, поэтому их моменты инерции умножаются на квадрат передаточного отношения для сохранения баланса кинетической энергии  $I_3 = 3,46 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^2$ ,  $I_4 = 9,91 \cdot 10^{-6} \text{ кг/м}^2$ ,  $I_5 = 2,95 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^2$ . Моменты инерции сосредоточенных масс приведены в таблице 2.

Аналогичные вычисления проведены относительно приведённых жёсткостей участков вала [6]. Потенциальная энергия при закручивании участков приведённого вала должна быть равна потенциальной энергии при закручивании участков между сосредоточенными массами на разных валах действительного механизма.

Таблица 2

Моменты инерции сосредоточенных масс пятимассовой модели при приведении в валу электродвигателя

№ массы	Состав сосредоточенной массы модели	Приведенный момент инерции, кгм <sup>2</sup>
1	Ротор электродвигателя, половина вала электродвигателя	$1,3 \cdot 10^{-3}$
2	Половина вала электродвигателя, ведущий шкив	$3,86 \cdot 10^{-4}$
3	Ведомый шкив	$3,46 \cdot 10^{-3}$
4	Вал рабочего органа	$9,91 \cdot 10^{-6}$
5	Рабочий орган	$2,95 \cdot 10^{-2}$

$$\Pi = \frac{C_{i,i+1}(\varphi_{i+1} - \varphi_i)^2}{2} = \frac{C_{i,i+1np}(\varphi_{i+1} - \varphi_i)_{np}^2}{2} \quad (5)$$

И учитывая что

$$\frac{\varphi_i}{\varphi_{np}} = u^2 \quad (6)$$

Из (5) и (6) следует, что жесткость приведённого участка вала равна:

$$C_{i,i+1np} = C_{i,i+1}u^2 \quad (7)$$

Учитывая, что участки между первой и второй массой и между второй и третьей массой находятся на валу, к которому осуществляется приведение, коэффициенты жёсткости не требуют умножения на квадрат передаточного отношения  $C_{12}=1,9 \cdot 10^4$  Нм/рад;  $C_{23}=4 \cdot 10^3$  Нм/рад. Участки между третьей и четвёртой и четвёртой и пятой массами находятся на вале, который приводится, и поэтому их жёсткости умножаются на квадрат передаточного отношения (5) для баланса потенциальной энергии приведенного вала  $C_{34}=2,7 \cdot 10^5$  Нм/рад,  $C_{45}=2,7 \cdot 10^5$  Нм/рад. Данные коэффициенты жёсткости сведены в таблицу 3.

Таблица 3

Коэффициенты жёсткости участков вала пятимассовой модели при приведении к валу двигателя

№ участков	Состав участков вала между сосредоточенными массами	Коэффициент жёсткости, Нм/рад
1-2	Вал электродвигателя	$1,9 \cdot 10^4$
2-3	Клиноременная передача	$4 \cdot 10^3$
3-4	Половина вала рабочего органа	$2,7 \cdot 10^5$
4-5	Половина вала рабочего органа	$2,7 \cdot 10^5$

Движение консервативной системы в окрестности устойчивого положения равновесия определяется линейными уравнениями Лагранжа [7].

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi_i} = - \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_i} \quad (8)$$

При подстановке потенциальной (1) и кинетической (2) энергий в уравнение (8) система уравнений будет иметь вид:

$$\begin{cases} -J_1 \ddot{\varphi}_1 - C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) = 0 \\ -J_2 \ddot{\varphi}_2 + C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) - C_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) = 0 \\ -J_3 \ddot{\varphi}_3 + C_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) - C_{34}(\varphi_3 - \varphi_4) = 0 \\ -J_4 \ddot{\varphi}_4 + C_{34}(\varphi_3 - \varphi_4) - C_{45}(\varphi_4 - \varphi_5) = 0 \\ -J_5 \ddot{\varphi}_5 + C_{45}(\varphi_4 - \varphi_5) = 0 \end{cases} \quad (9)$$

Частные решения системы уравнений (8) ищутся в виде:

$$\varphi_i = a_i \sin(kt + \alpha) \quad (10)$$

где  $k$  – частота крутильных колебаний;

$\alpha$  – фаза колебаний;

$\varphi_i$  – угол закручивания  $i$ -той массы;

$a_i$  – амплитуда углов закручивания  $i$ -той массы.

гармонических колебаний с одной и той же частотой и фазой колебаний.

При подстановке (10) в (9) получаем систему линейных уравнений (11) [8]:

$$\begin{cases} (I_1 k^2 - C_{12}) a_1 + C_{12} a_2 = 0 \\ C_{12} a_1 + (I_2 k^2 - C_{12} - C_{23}) a_2 + C_{23} a_3 = 0 \\ C_{23} a_2 + (I_3 k^2 - C_{23} - C_{34}) a_3 + C_{34} a_4 = 0 \\ C_{34} a_3 + (I_4 k^2 - C_{34} - C_{45}) a_4 + C_{45} a_5 = 0 \\ C_{45} a_4 + (I_5 k^2 - C_{45}) a_5 = 0 \end{cases} \quad (11)$$

Из системы уравнений (11) получается матрица коэффициентов жёсткостей (12) матрица моментов инерции (13) сосредоточенных масс:

$$C = \begin{bmatrix} -C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & -C_{12} - C_{23} & C_{23} & 0 & 0 \\ 0 & C_{23} & -C_{23} - C_{34} & C_{34} & 0 \\ 0 & 0 & C_{34} & -C_{34} - C_{45} & C_{45} \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & -C_{45} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$A = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_5 \end{bmatrix} \quad (13)$$

В матричной форме система уравнений (9) будет иметь вид:

$$A\ddot{\varphi} + C\varphi = 0 \quad (14)$$

где  $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5)^T$  – вектор-столбец обобщённых координат (углов закручивания);

$\ddot{\varphi} = (\ddot{\varphi}_1, \ddot{\varphi}_2, \ddot{\varphi}_3, \ddot{\varphi}_4, \ddot{\varphi}_5)^T$  – вектор-столбец обобщённых ускорений.

Система уравнений (11) в матричной форме будет иметь вид:

$$(C - k^2 A) \mu = 0 \quad (15)$$

где  $\mu = (\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5)^T$  – вектор-столбец коэффициентов распределения (относительных амплитуд углов закручивания).

Уравнению (15) можно придать иной вид, умножив его левую часть на матрицу  $A^{-1}$ :

$$(A^{-1}C - k^2 E) \mu = 0 \quad (16)$$

где  $E$  – единичная матрица того самого порядка, что  $A$  и  $C$ .

Нетривиальные решения уравнения (15) (16), описывающего свободные колебания рассчитываемой системы, можно получить только для таких значений  $k$ , при которых определитель матрицы  $(C - k^2 A)$  (или, что эквивалентно,  $[A^{-1}C - k^2 E]$ ) равен нулю [9]. Определитель  $\Delta(k^2) = [A^{-1}C - k^2 E]$  является характеристическим определителем системы уравнений свободных колебаний. Раскрытие определителя даёт характеристический многочлен от  $k^2$ , степень которого равна порядку системы уравнений. Полученные частоты этих колебаний, подставив в уравнения (15) (16) и решив получившуюся систему однородных линейных алгебраических уравнений, найдём соотношения между компонентами вектора амплитуд. Эта проблема может решаться несколько иным путём для сокращения трудоёмкости расчётов. Используется математическая эквивалентность задачи отыскания частот и форм свободных колебаний механической системы одной из основных задач вычислительной математики: отыскание собственных значений и собственных векторов матрицы. Вектор  $\mu$  называется собственным вектором квадратной матрицы  $U$ , соответствующем собственному значению  $\lambda$ , если он удовлетворяет равенству  $U\mu = \lambda\mu$  или

$$(U - \lambda E) \mu = 0 \quad (17)$$

Сопоставление выражений (16) и (17) показывает, что круговая частота свободных колебаний  $k$  представляет собой корень квадратный из собственного значения матрицы  $A^{-1}C$ , а вектор  $\mu$  задающий форму свободных колебаний, совпадает с собственным вектором этой матрицы. Для решения этой задачи использован пакет математических расчётов Mathcad.

В пакете Mathcad для определения собственных чисел и собственных векторов квадратных матриц имеются встроенные функции [10]. Так для нестандартной задачи на собственные числа  $(C - k^2 A)\mu = 0$  используются функции *genvals* и *genvecs*. *Genvals* вычисляет вектор обобщённых собственных чисел. *Genvecs* вычисляет спектр собственных векторов, результат расчёта – матрица, каждый столбец которой соответствует собственному числу. Собственный вектор определяется с точностью до множителя, поэтому, если вектор  $\mu$  удовлетворяет равенству  $U\mu = \lambda\mu$ , то вектор  $t\mu$  также является собственным вектором матрицы  $U$ :  $Ut\mu = \lambda t\mu$ . В данном случае коэффициент  $t$  таков, что длина вектора  $\mu$  стала равной единице, то есть он ортонормирован.

Амплитуды углов закручивания колебательной системы при вынужденных колебаниях были получены из уравнения (15) при подстановке в него матрицы моментов инерции, матрицы коэффициентов жёсткости и учитывался вектор возмущающих моментов вместо нулей в правой части уравнения для свободных колебаний (18). В данном случае возмущающих моментов два: один прикладывается к ротору электродвигателя, а второй – момент сопротивления продукта при скольжении по рабочему органу (тёрчному диску). Моменты, прикладываемые к остальным массам, принимались как нулевые  $M=(3,744000 - 9,6)$ , частота вынужденных колебаний равняется 50 Гц – частоте электрического тока сети. Так как возмущающий момент на электродвигателе изменяется по синусоидальному закону с частотой тока электрической сети.

$$a = (C - \omega^2 A)^{-1} M^T \quad (18)$$

Так для пятимассовой модели при приведении к валу двигателя были получены амплитудно-частотные характеристики крутильных колебаний МОК-150, приведенных в таблице 4.

Таблица 4

Частоты и амплитуды углов закручивания масс собственных и вынужденных колебаний пятимассовой системы при приведении к валу двигателя

№ массы	Собственные колебания				Вынужденные колебания	
	Частоты колебаний, Гц					
	164231	8536	4747	1466		50
	Амплитуды углов закручивания для соответствующих частот, рад.					
1	0,0...	0,2446928	-0,1368408	-0,7597271	0,0663366	
2	-0,0000006	-0,9692876	0,0731377	-0,6485278	0,0665436	
3	0,0014338	0,0221572	0,8980491	0,0020699	0,0675259	
4	-0,999999	0,0107518	0,3992232	0,0219065	0,0675604	
5	0,0001678	-0,0007118	-0,1002703	0,0417396	0,0675949	



Пятимассовая динамическая система была так же приведена и к валу рабочего органа, аналогичным методом находились собственные частоты колебания и амплитуды углов закручивания для них в условных единицах и амплитуды углов закручивания масс для частоты вращения электродвигателя в номинальном режиме.

Рабочий орган машины вращается с меньшей угловой скоростью (510об/мин), чем вал электродвигателя. Поэтому для баланса кинетической энергии вращающихся масс модели по отношению к реальной, моменты инерции четвертой и пятой массы делятся на квадрат передаточного отношения. Моменты инерции первой второй и третьей массы не требуют коррекции так, как они вращаются на валу рабочего органа, к которому осуществляется приведение. Результаты представлены в таблице 5.

*Таблица 5*

Моменты инерции сосредоточенных масс пятимассовой модели при приведении к валу рабочего органа

№ массы	Состав сосредоточенной массы модели	Приведенный момент инерции, кгм <sup>2</sup>
1	Рабочий орган	0,21
2	Вал рабочего органа	$7,05 \cdot 10^{-5}$
3	Ведомый шкив	$2,5 \cdot 10^{-2}$
4	Половина вала электродвигателя, ведущий шкив	$2,75 \cdot 10^{-3}$
5	Ротор электродвигателя, половина вала электродвигателя	$9,26 \cdot 10^{-3}$

Аналогичные вычисления были произведены относительно коэффициентов жесткостей участков вала при приведении к валу рабочего органа. Так как он вращается медленней, чем вал электродвигателя, жёсткость участка между массами на нём (между четвертой и пятой массой) делится на квадрат передаточного отношения. Жёсткости участков между первой и второй, второй и третьей, третьей и четвертой массами остаются без изменения. Значения коэффициентов жесткостей приведены в таблице 6.

*Таблица 6*

Коэффициенты жёсткости участков вала пятимассовой модели при приведении к валу рабочего органа

№ участков	Состав участков вала между сосредоточенными массами	Коэффициент жёсткости, Нм/рад
1-2	Половина вала рабочего органа	$9,5 \cdot 10^5$
2-3	Половина вала рабочего органа	$9,5 \cdot 10^5$
3-4	Клиноременная передача	$4,1 \cdot 10^3$
4-5	Вал электродвигателя	$1,36 \cdot 10^5$

Частоты собственных крутильных колебаний, соответствующие им относительные амплитуды углов закручивания и амплитуды углов закручивания при частоте вращения электродвигателя в номинальном режиме при приведении к валу рабочего органа представлены в таблице 7. Данные параметры определялись так же, как и при приведении динамической системы к валу электродвигателя.

Таблица 7

Частоты и амплитуды углов закручивания масс собственных и вынужденных колебаний пятимассовой системы при приведении к валу рабочего органа

№ массы	Собственные колебания				Вынужденные колебания
	Частоты колебаний, Гц				
	164231	8084	4659	591	18,75
Амплитуды углов закручивания для соответствующих частот колебаний, рад.					
1	0,0001678	0,000127	-0,1058473	0,036954	-0,0674786
2	-0,999999	-0,0017083	0,4019974	0,034096	-0,0674834
3	0,0014337	-0,0035354	0,9091945	0,0312372	-0,0674883
4	-0,0000001	0,9604696	0,0102029	-0,6973069	-0,0684727
5	0,0...	-0,2783571	-0,0213482	-0,7143242	-0,0685019

### Заключение

Сравнивая полученные результаты для модели пятимассовой системы при приведении к валу электродвигателя и при приведении инерционно-жестких параметров к валу рабочего органа можно сделать вывод, что амплитуды углов закручивания соответствующих масс отличаются между собой незначительно, при этом сами принимают малые значения. Они зависят от ряда параметров, в том числе от моментов инерции сосредоточенных масс и от жесткостей участков вала до сосредоточенной массы и за ней. Расчёты показали, что частоты собственных крутильных колебаний находятся далеко за пределами значения частоты изменения возмущающего момента электродвигателя в номинальном режиме работы. Это свидетельствует об отсутствии возникновения резонансных режимов по крутильным колебаниям.

Перспективы дальнейших исследований крутильных колебаний данного оборудования заключается в расчете касательных напряжений валов при работе машин и выработке рекомендаций по оптимизации конструкции машин.

### Список литературы

1. Мальцев А. А. Расчёт в среде Mathcad динамических напряжений в опасном сечении вала шпинделя стана ДУО-160 / А. А. Мальцев // Механическое оборудование металлургических заводов. 2014. – № 3. – С. 64–70.
2. Горбенко А. Н. Анализ причин возникновения крутильных колебаний в турбокомпрессоре судового двигателя / А. Н. Горбенко, М. В. Демьяненко // Рибне господарство України. 2013. – №3. – С. 54–61.
3. Заплетников И. Н. Виброакустика машин очистки корнеклубнеплодов: моногр. / И. Н. Заплетников, Ю. В. Жидков. – Донецк: Норд-Пресс, 2008. – 147с., ил.
4. Заплетников И. Н. Виброакустика оборудования пищевых производств: монография / И. Н. Заплетников. – Харків: Вид-во НТМТ, 2015, – 542с., ил.
5. Бабаков И. М. Теория колебаний / И. М. Бабаков. – М.: Наука, 1963. – 559 с., ил.
6. Конструирование и расчёт машин химических производств: Учебник для машиностроительных вузов по специальности «Химическое машиностроение и аппаратостроение» / Ю. И. Гусев, Э. Э. Кольман-Иванов и др. – М.: Машиностроение, 1985. – 408 с., ил.

7. Бутенин Н. В. Курс теоретической механики. Т.2. Динамика: учебник. / Н. В. Бутенин, Я. Л. Лунц, Д. Р. Меркин — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. — 544 с.
8. Пановко Я. Г. Основы прикладной теории упругих колебаний и удара / Я. Г. Пановко. — Л.: Машиностроение, 1976. — 320 с.
9. Колебания силового агрегата автомобиля / В. Е. Тольский, Л. В. Корчемный, Г. В. Латышев, Л. М. Минкин. — М.: Машиностроение, 1976. — 226с., ил.
10. Макаров Е. Г. Инженерные расчёты в Mathcad. Учебный курс / Е. Г. Макаров. — СПб.: Питер, 2005. — 448с., ил.